

KTH Matematik
B.Ek

Σ p	G/U	bonus

Efternamn	förnamn	pnr	program

**Kontrollskrivning 3, må 30 mars 2009, 11.05–12.00,
i SF1610(/5B1118) Diskret matematik för CL**

Inga hjälpmedel tillåtna.

Minst 8 poäng ger godkänt.

Godkänd ks n medför godkänd (3p) uppgift n vid tentor till (men inte med) nästa ordinarie tenta (högst ett år), $n = 1, \dots, 5$.

13–15 poäng ger ett ytterligare bonuspoäng vid samma tentor.

Uppgifterna 3)–5) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.

Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.

Spara alltid återlämnade skrivningar till slutet av kursen!

Skriv dina lösningar och svar på samma blad som uppgifterna, använd baksidan om det behövs.

1) (På **a)–f**) ger rätt svar $\frac{1}{2}$ p, inget svar 0p, fel svar $-\frac{1}{2}$ p.

Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke-negativa heltal.)

Kryssa för om påståendena är sanna eller falska (eller avstå)!

poäng uppg.1

- a) Om G_1 , G_2 och G_3 är grupper och $G_1 \approx G_2$, $G_2 \approx G_3$, så måste också $G_1 \approx G_3$. ($\approx$ betecknar gruppisomorfi.)
- b) Om g, h i en grupp G uppfyller $gh = 1$ (identitets-elementet i G), måste också $hg = 1$.
- c) $G_{\square}$, symmetrigruppen för en kvadrat, är isomorf med S_4 , gruppen av permutationer av $\{1, 2, 3, 4\}$.
- d) Om $\pi, \sigma \in S_n$ är av samma **typ**, dvs har lika många i -cykler (alla i), måste också $\pi\sigma$ vara av denna typ.
- e) Om $(F, +, \cdot)$ är en **kropp** och $a, b, c \in F$, $a \neq 0$, finns precis ett $x \in F$ med $a \cdot x + b = c$.
- f) Permutationerna $(1\ 6\ 4)(2\ 5\ 3)$ och $(1\ 2)(5\ 6)(3\ 4)$ är **konjugerade** element i S_6 .

sant	falskt

Namn	poäng uppg.2

2a) (1p) Låt G vara en ändlig grupp, dvs $|G| < \infty$, och $g \in G$.
Vilket värde skall $o(g)$, g :s ordning, ha för att g skall **generera** G , dvs för att $G = \langle g \rangle$?

b) (1p) Vad betyder det att en grupp $(G, *)$ är **abelsk**?

c) (1p) Ange för var och en av de tre permutationerna (i S_9) nedan om den är en **jämn** eller en **udda** permutation.
I tvåradsform:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 8 & 4 & 6 & 5 & 7 & 9 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 6 & 7 & 9 & 2 & 3 & 1 & 4 & 5 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 2 & 9 & 4 & 1 & 6 & 8 & 7 & 3 \end{pmatrix}$$

Namn	poäng uppg.3

3) Låt G vara gruppen $(U(\mathbb{Z}_{21}), \cdot)$, dvs de inverterbara elementen i $\mathbb{Z}_{21}$, med operationen multiplikation.

a) (1p) Ange alla element i G .

b) (2p) Avgör om G genereras av elementet 2.

Namn	poäng uppg.4

4) (3p) I grupptabellen för gruppen $(G, *)$ finns två rader enligt nedan. Fyll i de tomma positionerna (markerade $-$).

$*$	a	b	c	d	f	g
a	b	$-$	$-$	c	$-$	$-$
b	$-$	b	$-$	$-$	$-$	$-$

Ledning:

Kan man avgöra vilket element som är identitetsselement i G ?

Vad är $a * c$?

Kom ihåg att motivera din lösning.

Namn	poäng uppg.5

5) Låt H vara en delgrupp till S_7 (gruppen av alla permutationer av $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$) med $\pi, \sigma \in H$, där (på tvåradsform)

$$\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 6 & 5 & 7 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad \sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 1 & 3 & 2 & 5 & 7 & 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

a) (1p) Finn **på cykelform** π , σ och $\pi\sigma$.

b) (1p) Visa att $|H| \geq 60$, dvs att antalet element i H är minst 60.

c) (1p) Visa att $|H| \geq 420$.

Lösningar kommer att läggas ut på kurssidan efter skrivningen.