

KTH Matematik
B.Ek

Σ p	G/U	bonus

Efternamn	förnamn	pnr	program

**Kontrollskrivning 2, må 2 mars 2009, 9.00–10.00,
i SF1610(/5B1118) Diskret matematik för CL**

Inga hjälpmedel tillåtna.

Minst 8 poäng ger godkänt.

Godkänd ks n medför godkänd (3p) uppgift n vid tentor till (men inte med) nästa ordinarie tenta (högst ett år), $n = 1, \dots, 5$.

13–15 poäng ger ett ytterligare bonuspoäng vid samma tentor.

Uppgifterna 3)–5) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.

Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.

Spara alltid återlämnade skrivningar till slutet av kursen!

Skriv dina lösningar och svar på samma blad som uppgifterna, använd baksidan om det behövs.

1) (För varje delfråga ger rätt svar $\frac{1}{2}$ p, inget svar 0p, fel svar $-\frac{1}{2}$ p. Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke-negativa heltal.)

Kryssa för om påståendena **a)–f)** är sanna eller falska (eller avstå)!

poäng uppg.1

- a) För godtyckliga mängder A och B gäller $|A \cup B| = |A| + |B|$ ($|M|$ är antalet element i mängden M).
- b) Antalet **injektioner** från en n -mängd till en k -mängd är $k! \cdot S(n, k)$.
- c) Multinomialtalet $\binom{n}{k_1, k_2, \dots, k_m} = \frac{n!}{k_1! k_2! \dots k_m!}$, då $k_i \in \mathbb{N}$ och $n = k_1 + k_2 + \dots + k_m$.
- d) Enligt **postfacksprincipen** finns om $\infty > |N| > |M|$ ingen injektion $f : N \rightarrow M$.
- e) Antalet funktioner från en n -mängd till en k -mängd är (för alla $n, k \in \mathbb{N}$) n^k .
- f) Om de ingående mängderna är disjunkta, uttrycker **principen om inklusion och exklusion** detsamma som **additionsprincipen**.

sant	falskt

Namn	poäng uppg.2

2a) (1p) Låt n och k vara positiva heltal. Hur många olika uppsättningar icke-negativa heltal $x_1, x_2, \dots, x_k$ med $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$ finns det? Svaret får innehålla heltal, de fyra räknesätten och faktulteter.

b) (1p) Mängden A har 17 element, B har 10 och C har 9. 6 element ligger i både A och B och 4 i både A och C , medan inga element ligger i både B och C . Hur många element har mängden $A \cup B \cup C$?

c) (1p) Ange en rekursionsformel och begynnelsevillkor ("basfall") för att bestämma stirlingtalen (av andra slaget, dvs de som behandlats i kursen).

Namn	poäng uppg.3

3) (3p) Vid en lotteridragning finns 10 kulor, märkta '0', '1', ..., '9', i en apparat. Slumpvis (likafördelat) matas en kula ut. Efter att man noterat dess märkning, läggs den tillbaks. Därefter görs på samma sätt ytterligare fyra dragningar.

Vad är sannolikheten att det bland de 5 dragna kulorna varken finns två (eller fler) med samma märkning eller någon märkt '0'?

Svaret får innehålla heltal och de fyra räknesätten.

Namn	poäng uppg.4

4) (3p) 10 barn skall ställas upp på ett led.

På hur många sätt kan det ske, om barnen Birgit och Bertil inte får stå intill varandra?

Svaret får innehålla heltal och de fyra vanliga räknesätten.

Namn	poäng uppg.5

5) (3p) På hur många sätt kan mängden X , med 26 element, delas upp i fyra disjunkta delar A_1, A_2, A_3, A_4 (dvs $X = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4$ och $A_i \cap A_j = \emptyset$ om $i \neq j$), så att antalet element i A_1 och A_2 tillsammans är 17 och antalet element i A_1 och A_3 tillsammans är 12 ($|A_1 \cup A_2| = 17$ och $|A_1 \cup A_3| = 12$)? Svaret får innehålla heltal, de fyra räknesätten och faktulteter.

Lösningar kommer att läggas ut på kurssidan (ett tag) efter skrivningen.