

Din kod:
Glöm den inte!

Om du vill:
Lägg till tre
bokstäver.

KTH Matematik
B.Ek

Σ p	G/U	bonus

Efternamn	förnamn	pnr	program

**Kontrollskrivning 1, ti 10 februari 2009, 15.15–16.00,
i SF1610(/5B1118) Diskret matematik för CL**

Inga hjälpmedel tillåtna.

Minst 8 poäng ger godkänt.

Godkänd ks n medför godkänd (3p) uppgift n vid tentor till (men inte med) nästa ordinarie tenta (högst ett år), $n = 1, \dots, 5$.

13–15 poäng ger ett ytterligare bonuspoäng vid samma tentor.

Uppgifterna 3)–5) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.

Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.

Spara alltid återlämnade skrivningar till slutet av kursen!

Skriv dina lösningar och svar på samma blad som uppgifterna, använd baksidan om det behövs.

1) (För varje delfråga ger rätt svar $\frac{1}{2}$ p, inget svar 0p, fel svar $-\frac{1}{2}$ p. Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke-negativa heltal.)

Kryssa för om påståendena **a)–f)** är sanna eller falska (eller avstå!)

poäng uppg.1

a) Med talen skrivna i bas 3 gäller att $122 \cdot 21 = 11102$.

b) För alla $m, n \in \mathbb{Z}$ är $\text{sgd}(m, n) = \text{sgd}(m, n^2)$.
(sgd kallas i kursboken gcd.)

c) Om $a, b \in \mathbb{Z}$ uppfyller $a \nmid b$ och $b \nmid a$ så finns $m, n \in \mathbb{Z}$ med $am + bn = 1$. ($x \nmid y$ betyder "x är inte en delare till y".)

d) Mängden av alla primtal är överuppräknligt oändlig.

e) För alla mängder A, B, C : $(A \setminus B) \setminus C \subseteq A \setminus (B \setminus C)$.
($X \setminus Y$ betecknar differensmängden mellan X och Y .)

f) Om X är en mängd och $f : X \rightarrow X$, är relationen som f definierar ($a \mathcal{R} b$ precis om $b = f(a)$) **transitiv** bara om $f(x) = x$ för alla $x \in X$.

sant	falskt

Namn	poäng uppg.2

2a) (1p) Ange vilka av följande element i $\mathbb{Z}_{150}$ som är inverterbara och vilka som inte är det,

1, 2, 14, 22, 27, 39, 49, 82, 91, 123.

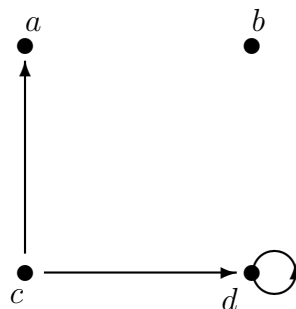
Inverterbara:

Inte inverterbara:

b) (1p) Om $f : Y \rightarrow X$ och $g : X \rightarrow Y$ uppfyller $fg = id_X$ (dvs $(fg)(x) = x$ för alla $x \in X$), måste då f vara **en injektion**?
Motivera ditt svar.

c) (1p) I figuren visas en (graf för en) relation.

Lägg till **så få nya pilar som möjligt**, så att den relation grafen sedan beskriver är **en ekvivalensrelation**.



Namn	poäng uppg.3

3) (3p) Avgör (med motivering förstås) om det finns heltal x, y som uppfyller

$$\mathbf{119x + 91y = 14724.}$$

(Det krävs inte att du löser ekvationen, även om det skulle finnas lösningar.)

Namn	poäng uppg.4

4) (3p) Finn $a, b \in \mathbb{Z}_{60}$ så att ekvationen

$$ax = b \quad \text{i } \mathbb{Z}_{60}$$

har precis 10 olika lösningar.

Namn	poäng uppg.5

5) (3p) Låt $k \neq 1$ och definiera talföljden $\{a_n\}_{n=0}^{\infty}$ enligt

$$\begin{cases} a_0 = 1 \\ a_{n+1} = a_n + k^{n+1}, \end{cases} \quad \text{för alla } n = 0, 1, 2, \dots$$

Visa med ett **induktionsbevis** att

$$a_n = \frac{k^{n+1} - 1}{k - 1} \quad \text{för } n = 0, 1, 2, \dots$$