

KTH Matematik
B.Ek

Σp	G/U

Efternamn	förnamn	pnr	årskurs

**Kontrollskrivning 3, ti 25 mars 2008, 13.15–14.15,
i SF1610(/5B1118) Diskret matematik för CL**

Inga hjälpmedel tillåtna.

Minst 8 poäng ger godkänt.

Godkänd ks n medför godkänd (3p) uppgift n vid tentor till (men inte med) nästa ordinarie tenta (högst ett år), $n = 1, \dots, 5$.

Uppgifterna 3)–5) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.

Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.

Spara alltid återlämnade skrivningar till slutet av kursen!

Skriv dina lösningar och svar på samma blad som uppgifterna, använd baksidan om det behövs.

1) (På **a)–f**) ger rätt svar $\frac{1}{2}$ p, inget svar 0p, fel svar $-\frac{1}{2}$ p.

Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke-negativa heltal.)

Kryssa för om påståendena är sanna eller falska (eller avstå)!

poäng uppg.1

- a) Om G_1 och G_2 är **cykliska grupper** av samma ordning, är de **isomorfa**.
- b) För varje $n = 1, 2, 3, \dots$ är den symmetriska gruppen S_n (permutationerna av $\{1, 2, \dots, n\}$) en **abelsk** grupp.
- c) Diagonalen i **grupptabellen** för en godtycklig grupp innehåller varje element i gruppen precis en gång.
- d) $(\mathbb{Z}_m, +, \cdot)$ är för varje $m = 2, 3, \dots$ en **ring**.
- e) S_{10} (permutationerna av $\{1, 2, \dots, 10\}$) innehåller (minst) ett element av ordning 21.
- f) Permutationen $(1\ 7\ 4)(2\ 6\ 3\ 9)(5\ 8)$ i S_9 är en **udda** permutation.

sant	falskt

Namn	poäng uppg.2

2a) (1p) Givet gruppen $(G, *)$, med $G = \{e, a, b, c, d\}$ (där e, a, b, c, d alla är olika).

Om $e * e = e$, $a * a = b$ och $b * b = c$, vad är $d * d$?

Motivera kortfattat ditt svar.

b) (1p) Hur många **udda** permutationer finns det i den symmetriska gruppen S_7 , dvs gruppen av alla permutationer på $\{1, 2, \dots, 7\}$?

Svaret får innehålla heltal och de fyra vanliga räknesätten.

c) OBS: (2p) Avgör om det finns ett $\sigma \in S_5$, så att $\beta = \sigma\alpha\sigma^{-1}$, där (i cykelform) $\alpha = (1\ 4\ 2)(3\ 5)$, $\beta = (1\ 5)(2\ 3\ 4)$.

Om det finns, finn ett sådant σ (på cykelform).

Namn	poäng uppg.3

3) (3p) Avgör (med motivering) om gruppen $(\mathbb{Z}_{19} \setminus \{0\}, \cdot)$ genereras av elementet $8(= 2^3)$.

Namn	poäng uppg.4

4) (3p) Permutationerna π och σ ges i tvåradsform av

$$\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 7 & 1 & 5 & 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad \sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 1 & 2 & 3 & 5 & 7 & 4 \end{pmatrix}.$$

Finn på cykelform $\pi\sigma$, $\sigma\pi$ och π^{-1} .

Namn	poäng uppg.5

5) OBS: (2p) Låt gruppen $(G, *)$ ha grupptabellen

$*$	i	j	k	l	m	n	.
i	i	j	k	l	m	n	
j	j	i	n	m	l	k	
k	k	l	m	n	i	j	
l	l	k	j	i	n	m	
m	m	n	i	j	k	l	
n	n	m	l	k	j	i	

Avgör om mängden $\{j, l\}$ är en **vänstersidoklass** (gH) för någon delgrupp H till G . Om den är det, ange också H .