**Matematik, KTH**
**B.Ek**

**SF1662, Diskret matematik för CLGYM1, CELTE2/3**
**vt 2017**

# Svar till övning 6, den 23 februari 2017

1. $\binom{n+5}{5} = \frac{(n+5)!}{5!n!} = \frac{(n+5)(n+4)(n+3)(n+2)(n+1)}{5\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}$ sätt (oordnat urval med upprepning av $n$ bland 6).

2a. $10^5$ b. $\binom{10}{5} = 252$ (bestäms entydigt av de ingående talen)
c. $\binom{10+5-1}{5} = \binom{14}{5} = 2002$ (bestäms också entydigt av de ingående talen)
d. $2 \cdot \binom{14}{5} - 10 = 3994$ (lika många avtagande som växande, 10 konstanta).

3. Minst två av talen är lika $\pmod{11}$ (postfacksprincipen).

4. Låt $s_1 = a_1, s_2 = a_1 + a_2, \ldots, s_n = a_1 + \ldots + a_n$. Enligt postfacksprincipen är antingen något av $s_i$:na $0 \pmod{n}$ eller två av dem lika $\pmod{n}$.

5. $\binom{n}{4}$ st. Skärningspunkterna motsvarar bijektivt 4-delmängder av $P_i$:na.

6*. Betrakta följden $\{(F_i, F_{i+1}) \pmod{k}\}_{i=1}^{k^2+1}$. Varje term bestämmer både den föregående och den följande entydigt. Eftersom någon term upprepas (postfacksprincipen), gör också den första det, $(F_{n+1}, F_{n+2}) \equiv (1,1) \pmod{k}$ för något $n$, $1 \leq n \leq k^2$. Då är $F_n \equiv 0 \pmod{k}$.

7. $6! - 5! - 4! + 3! = 582$ st. Inklusion och exklusion.

8. $(\alpha + \beta + \gamma - \pi) \cdot R^2$. Inklusion och exklusion, för areor i stället för antal, med tre halvsfärer. Deras skärning är triangeln och komplementet till deras union är kongruent med triangeln.

9a. $4! \cdot S(7,4) = 24 \cdot 350 = 8400$ b. $4! \cdot S(7,4) - 4! \cdot S(6,4) = 6840$

10a. $4^7 = 16384$ b. $4! \cdot S(7,4) = 8400$ c. $\binom{7+4-1}{7} = 120$ d. $\binom{3+4-1}{3} = 20$
e. $S(7,1)+S(7,2)+S(7,3)+S(7,4) = 1+63+301+350 = 715$ f. $S(7,4) = 350$
[g. $p_1(7) + p_2(7) + p_3(7) + p_4(7) = 1 + 3 + 4 + 3 = 11$
h. $p_4(7) = 3$
(där $p_k(n)$ är antalet partitioner av heltalet $n$ i precis $k$ delar)]

11a. Motsvarar par av komplementära delmängder$\neq \varnothing$
b. Precis en delmängd har 2 element