

Övningsks 2.

1) (För varje delfråga ger rätt svar $\frac{1}{2}$ p, inget svar 0p, fel svar $-\frac{1}{2}$ p.
Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke-negativa heltal.)
Kryssa för om påståendena **a)–f)** är sanna eller falska (eller avstå!)

	sant	falskt
a) Endast om $B \subseteq A$ så gäller att $B \cap A = A$.		
b) Om en funktion $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}$ är både en injektion och en surjektion är den säkert inverterbar.		
c) $(A \setminus B)^c = B^c \setminus A^c$ gäller för alla mängder A och B .		
d) En anti-symmetrisk relation är alltid reflexiv, men inte säkert tvärtom.		
e) Om f är en injektiv funktion från mängden A till mängden B och $ A = B < \infty$ så är f bijektiv.		
f) De rationella talen är en uppräknligt oändlig mängd.		

2a) (1p) Låt $\mathcal{P}(A)$ beteckna mängden av alla delmängder till en mängd A . Bestäm antalet element i

$$\mathcal{P}(\{\emptyset, \{\emptyset\}\}).$$

b) (1p) Avgör för vart och ett av följande om det är ett **gaussiskt primtal** (dvs ett irreducibelt element i $\mathbb{Z}[i]$) eller inte

$$5 + 2i, 3 + i, 13, 5 - 12i, 19.$$

c) (1p) Ange en bijektiv funktion från $\mathbb{R}$ till $\mathbb{R}$, där $\mathbb{R}$ betecknar de reella talen.

3) (3p) Låt relationen $\mathcal{R}$ på $\mathcal{P}(\mathbb{N})$ vara sann för $A, B \in \mathcal{P}(\mathbb{N})$ precis om det finns en surjektion $f : A \rightarrow B$.

Är relationen $\mathcal{R}$ reflexiv, symmetrisk, anti-symmetrisk och/eller transitiv?
Glöm inte att motivera dina svar.

4) (3p) Om $f : X \rightarrow Y$ är en funktion kallas en funktion $g : Y \rightarrow X$ en **vänsterinvers** till f om $gf = id_X$, dvs $g(f(x)) = x$ för alla $x \in X$.
Förklara varför f , om $X \neq \emptyset$, har en vänsterinvers om och endast om den är injektiv.

5) (3p) Använd induktion för att visa att formeln

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2} \quad \text{gäller för alla } n = 1, 2, 3, \dots$$