

Exempel för övning 2, den 1 februari 2012

1. Finn alla heltal x så att $16x \equiv 26 \pmod{42}$.
2. Finn alla heltal x så att $x \equiv 5 \pmod{8}$ och $x \equiv 73 \pmod{81}$.
3. Emma har 75 kr, allt i 16 st kronmynt (dvs 1-, 5- och 10-kronor). Hur många mynt av varje sort har hon?
4. Primfaktorisera talen 111, 467, 314000.
Primfaktorisera $(10300)_6$, dvs det tal som i bas 6 skrivs 10300.
5. Visa att för alla heltal n gäller att $6 \mid n^5 + 5n$.
- 6*. Alla primtal utom ett (vilket?) är $\equiv 1$ eller $\equiv 3 \pmod{4}$. Visa att det finns oändligt många primtal som är $\equiv 3 \pmod{4}$.
7. Är det för alla heltal n sant att om $10 \mid n^2$ så gäller $10 \mid n$?
Är det för alla heltal n sant att om $9 \mid n^2$ så gäller $9 \mid n$?
8. Visa att om heltalen x, y, z uppfyller $x^3 + 3y^3 = 9z^3$ så är $x = y = z = 0$.
9. Kalla en trippel heltal (a, b, c) för en **pythagoreisk trippel** om $a^2 + b^2 = c^2$, dvs om a, b, c är (mätetal för) sidorna i en rätvinklig triangel. Exempel på pythagoreiska trippler är $(3, 4, 5)$, $(5, 12, 13)$, $(8, 15, 17)$ och $(3312, 16766, 17090)$.
Visa att om (a, b, c) är en pythagoreisk trippel måste
 - a. minst en av a och b vara delbar med 3,
 - b. minst en av a, b och c vara delbar med 5,
 - c. minst en av a och b vara delbar med 4.
- 10*. Talet 2^{29} har (i bas 10) 9 siffror, alla olika. Vilken siffra fattas?
- 11**. I en population med speciella (matematiska) kameleonten finns vid ett tillfälle 116 röda, 97 gula och 84 blå individer.
När två olikfärgade av dessa kameleonten möts, byter de båda färg till den tredje färgen. Kan färgförändringarna upphöra, dvs kan det hända att alla kameleonterna till sist får samma färg?