

Övningsks 3.

1) (För varje delfråga ger rätt svar $\frac{1}{2}$ p, inget svar 0p, fel svar $-\frac{1}{2}$ p.
Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke-negativa heltal.)
Kryssa för om påståendena **a)–f)** är sanna eller falska (eller avstå)!

	sant	falskt
a) Om de ändliga grupperna G_1 och G_2 är isomorfa så är de lika stora.		
b) Två grupper som är lika stora är alltid isomorfa.		
c) Sidoklasser till en och samma delgrupp H till en grupp G är lika stora.		
d) Varje grupp har minst en cyklisk delgrupp.		
e) Lagranges sats säger att om H är en delgrupp till G så gäller att talet $ H $ delar talet $ G $.		
f) Om elementet g i en grupp G med gruppoperationen $\circ$ har ordning 20 så har elementet $g \circ g$ ordning 10.		

2a) (1p) Låt gruppen G ha vidstående grupptabell.
Bestäm ett element x i G sådant att $bxd = c$.

b) (1p) Skriv nedanstående permutation φ som en produkt av disjunkta cykler:

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 3 & 5 & 7 & 6 & 1 & 4 & 8 \end{pmatrix}.$$

c) (1p) Gruppen $(\mathbb{Z}_3, +)$ är isomorf med vidstående grupp. Ange en isomorfi mellan grupperna.

$\circ$	a	b	c	d	f
a	a	b	c	d	f
b	b	c	d	f	a
c	c	d	f	a	b
d	d	f	a	b	c
f	f	a	b	c	d

$\circ$	e	a	b
e	e	a	b
a	a	b	e
b	b	e	a

3) (3p) Betrakta gruppen $(\mathbb{Z}_{13} \setminus \{0\}, \cdot)$. Avgör om denna grupp genereras av elementet 2.

4) (3p) Låt $\varphi = (1 \ 3 \ 2 \ 4 \ 5)$ och $\gamma = (1 \ 2 \ 5)(3 \ 4)$ vara permutationer på mängden $\{1, 2, 3, 4, 5\}$. Bestäm ordningen av elementet $\varphi\gamma^2$.

5) (3p) Bestäm en delgrupp med tre element till den grupp G som har vidstående grupptabell:

$\circ$	e	a	b	c	d	f
e	e	a	b	c	d	f
a	a	b	c	d	f	e
b	b	c	d	f	e	a
c	c	d	f	e	a	b
d	d	f	e	a	b	c
f	f	e	a	b	c	d