

Matematik, KTH

B.Ek

Tentamen TENA i kurs
SF1630(/SF1631), DISKRET MATEMATIK för D
tisdagen den 25 oktober 2016, klockan 14.00–19.00.

Examinator: Bengt Ek, tel 790 6951.

Tillåtna hjälpmedel: Inga, inte ens räknedosa.

Maximal poäng på de olika delarna är T: 12p, P1: 12p, P2: 12p, P3: 10p.

För **godkänt** krävs minst 9p på var och en av delarna T och P1.

För betyg A–E krävs **dels** godkänt och **dels** poäng enligt:

För betyg	A	B	C	D	E	
krävs totalt	37	32	-	25	-	poäng
varav	-	12	8	-	-	på delarna P2 och P3 tillsammans
och	5	-	-	-	-	på del P3

Omdömet FX, dvs rätt att komplettera för betyg E, ges för skrivning som inte är godkänd, men nått minst 18p totalt.

För att ge full poäng måste lösningarna vara ordentligt motiverade.

Satser från kursen får (utom då annat sägs) användas utan bevis, om det klart anges vad de säger.

DEL T

Godkänd uppgift 1 på lsIA ht16 ger automatiskt full poäng på uppgift i ($i = 1, 2, 3$) och det ger då ingen ytterligare poäng att lösa den uppgiften på skrivningen.

1a) (1p) Hur definieras att graferna $G_1 = (V_1, E_1)$, $G_2 = (V_2, E_2)$ är **isomorfa**?

b) (1p) Vad menas med en **hamiltoncykel** i en graf $G = (V, E)$?

c) (1p) Formulera **Halls sats** om fullständig matchning (av X -hörnen) i en bipartit graf (ä.k. giftermålssatsen).

2a) (1p) Hur definieras att en funktion $f : X \rightarrow Y$ är en **bijektion**?

b) (1p) Hur definieras att en mängd X är **överuppräknelig** (eng. uncountable)?

c) (1p) Vad säger **postfacksprincipen** (eng. the pigeonhole principle)?

3a) (1p) Hur definieras att en binär relation $\mathcal{R}$ (på mängden X) är **symmetrisk**?

b) (1p) På hur många olika sätt kan r identiska objekt fördelas på n särskiljbara lådor? Svaret får innehålla r , n , faktorer, potenser och de fyra enkla räknesätten.

c) (1p) Formulera **additionsprincipen** för ändliga mängders kardinalitet.

4a) (1p) Hur definieras **Eulers ϕ -funktion**? (Dvs vad är $\phi(n)$ för $n \in \mathbb{Z}_+$?)

b) (1p) Hur definieras att en permutation $\pi \in S_n$ är en **transposition**?

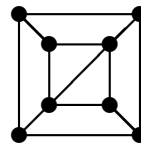
c) (1p) Hur ses om $\pi \in S_n$ är jämn eller udda, givet dess cykelstruktur (typ)?

Vänd!

DEL P1

Godkänd uppgift 2 på lsiA ht16 ger automatiskt full poäng på uppgift 4 + i ($i = 1, 2, 3$) och det ger då ingen ytterligare poäng att lösa den uppgiften på skrivningen.

5) (3p) Avgör för vidstående graf om det finns en sluten (dvs startpunkt = slutpunkt) kurva i planet som korsar varje kant precis en gång och inte går genom något hörn (ge exempel eller motivera ordentligt varför ingen finns).



6) (3p) Finn alla heltal x, y sådana att $1416x + 612y = 156$.

7) (3p) Man har 22 olika böcker och en klass med 17 barn. Man vill ta ut 10 av böckerna och dela ut dem till 10 (olika) barn i klassen. På hur många sätt kan det ske?

Svaret får innehålla heltal, faktorer, potenser och de fyra enkla räknesätten.

8) Permutationen $\pi \in S_9$ ges (på tvåradarsform) av $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 4 & 2 & 1 & 8 & 7 & 5 & 6 & 9 & 3 \end{pmatrix}$.

a) (1p) Ange på cykelform π och π^{37} (dvs $\pi\pi\ldots\pi$ (37 st)).

b) (2p) Finn på cykelform en **udda** permutation $\sigma \in S_9$ sådan att $\pi\sigma$ är antingen $\alpha = (1\ 6\ 3)(2\ 8\ 7\ 5)$ eller $\beta = (1\ 7)(2\ 8\ 3\ 4)(5\ 9\ 6)$ (cykelform, tydlig).

DEL P2

9) (4p) Låt $A = \mathcal{P}(\{a, b, c\}) = \{B \mid B \subseteq \{a, b, c\}\}$.

På hur många sätt kan alla element i A fördelas bland 3 personer, så att varje $B \in A$ tillfaller precis en person och varje person får minst ett $B \in A$?

Svaret ges som ett heltal.

10) (4p) En plan, sammanhängande graf $G = (V, E)$ har 9 hörn med valens (eng. degree) 4 och alla dess andra hörn har valens 3. Antalet kanter med två hörn av valens 4 är lika med antalet kanter med två hörn av valens 3.

I hur många områden delar G in planet?

11) (4p) Finn alla naturliga tal k som uppfyller

$$4957^k \equiv 1 \pmod{7007}.$$

($7007 = 7 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$.)

DEL P3

För full poäng på dessa uppgifter krävs särskilt väl strukturerade och presenterade lösningar.

12) (5p) $\pi \in S_8$, dvs π är en permutation av $\mathbb{N}_8 = \{1, 2, \dots, 8\}$.

Finn alla möjliga cykelstrukturer (typer) för π (dvs antalen k -cykler i π för $k = 1, 2, \dots$), då $\sigma\pi\sigma^{-1}$ tar precis 1680 olika värden för $\sigma \in S_8$ (dvs $|\{\sigma\pi\sigma^{-1} \mid \sigma \in S_8\}| = 1680$).

13a) (1p) Visa att ett träd $T = (V, E)$ med $|V| \geq 2$ är en bipartit graf.

b) (4p) Trädet $T = (X \cup Y, E)$ ($X \cap Y = \emptyset$, $|e \cap X| = 1$ alla $e \in E$) har $|X| = |Y| \geq 1$. Visa att både X och Y måste innehålla löv (dvs hörn av valens 1).

Lösningar kommer att läggas ut på kurssidan.