

Matematik, KTH

B.Ek

Tentamen TEN1 (OBS!) i kursen
SF1631, DISKRET MATEMATIK för D3 m.fl.
torsdagen den 8 januari 2015, klockan 8.00–13.00.

DENNA SKRIVNING KAN BARA SKRIVAS AV DEM SOM
FÖRSTAGÅNGSREGISTRERADES PÅ KURS SF1631
LÄSÅRET 2011–12 (eller betydligt tidigare)!

Examinator: Bengt Ek, tel 7906951.

Tillåtna hjälpmedel: Inga, inte ens räknedosa.

Högsta möjliga poäng på skrivningen är 47p. Till den läggs bonus från lappskrivningar ht 2014, högst 12p.

Betygsgränser:

För betyg	A	B	C	D	E	
krävs	42	35	29	24	20	poäng (inklusive bonus)

17–19 p ger omdömet Fx, dvs rätt att delta i en komplettering för betyg E.

För att ge full poäng måste lösningarna vara ordentligt motiverade. Satser från kursen får (utom då annat sägs) användas utan bevis, om det klart anges vad de säger.

DEL I

1) (4p) Om $G = (V, E)$ är en reguljär, sammanhängande och plan graf, sådan att $|V|$, antalet hörn (eng. vertices), är lika med antalet områden G delar in planet i, vilka värden är möjliga för antalet områden ($= |V|$)?

Ge för de möjliga värdena exempel på sådana grafer och förklara varför andra värden inte är möjliga.

2) (4p) Finn alla $x, y \in \mathbb{Z}$ som uppfyller

$$91x + 133y = 686.$$

3) (4p) På hur många sätt kan 11 bullar med saffran och 25 bullar utan saffran fördelas bland 16 (särskiljbara) barn, om varje barn skall få minst en bulle (oavsett sort) och inget skall få mer än en saffransbulle? Bullar med och utan saffran ses som inbördes identiska (men inte med den andra sorten).

Svaret får innehålla heltal, faktulteter, potenser och de fyra enkla räknesätten.

4) (4p) Låt $f_{a,b} : \mathbb{Z}_3 \rightarrow \mathbb{Z}_3$ vara definierad av $f_{a,b}(x) = ax + b$. Visa att $\{f_{a,b} ; a, b \in \mathbb{Z}_3, a \neq 0\}$, med operationen sammansättning av funktioner, är en grupp. Visa också att denna grupp är isomorf med S_3 , gruppen av permutationer av tre element.

5) (4p) Finn alla moniska (dvs högsta gradskoefficienten = 1) irreducibla polynom i $\mathbb{Z}_5[x]$ som är delare till både $p(x) = x^6 + 4x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + 2x + 1$ och $q(x) = x^5 + 2x^4 + 3x^3 + x^2 + 4x + 3$.

Vänd!

DEL II

6) (5p) Visa att ett träd $T = (V, E)$ med minst två hörn (eng. vertices), dvs $|V| \geq 2$, har minst två hörn med valens (eng. degree) ett.

7) (5p) Låt $\sigma, \tau \in S_7$ ges (på cykelform) av $\sigma = (1\ 5)(2\ 4\ 6\ 3)$, $\tau = (1\ 6\ 4\ 5\ 7\ 3\ 2)$.
Finn (på cykelform) alla $\pi \in S_7$ som uppfyller

$$\pi\sigma\pi = \tau.$$

8) (5p) Finn alla $x \in \mathbb{Z}$ som uppfyller

$$x \equiv 21^{41} \pmod{11} \quad \text{och} \quad x \equiv 51^{61} \pmod{31}.$$

DEL III

För full poäng på dessa uppgifter krävs särskilt väl strukturerade och presenterade lösningar.

9) (6p) På en kvadratisk bricka med identisk över- och undersida färgas var och en av de fyra kanterna vit eller svart och vart och ett av de fyra hörnen grönt eller rött. Hur många verkligt olika brickor (dvs brickor som inte blir lika hur man än vrider dem i rummet) kan man få?

10) Betrakta påståendet $x^n = \sum_{k=1}^n S(n, k)(x)_k$

(där $(x)_k = x(x-1)\dots(x-k+1)$ och $S(n, k)$ är stirlingtalen (av andra slaget)).

a) (1p) Visa påståendet för $n = 1, 2, 3$.

b) (5p) Visa påståendet för alla $n = 1, 2, \dots$

Lycka till!

Lösningar kommer att läggas ut på kurssidan.