

Matematik, KTH

B.Ek

Tentamen TENA i kurs
SF1630(/SF1631), DISKRET MATEMATIK för D, F
fredagen den 25 oktober 2013, klockan 14.00–19.00.

Examinator: Bengt Ek, tel 7906951.

Tillåtna hjälpmedel: Inga, inte ens räknedosa.

Maximal poäng på de olika delarna är T: 12p, P1: 12p, P2: 12p, P3: 10p.

För **godkänt** krävs minst 9p på var och en av delarna T och P1.

För betyg A–E krävs **dels** godkänt och **dels** poäng enligt:

För betyg	A	B	C	D	E	
krävs totalt	37	32	-	25	-	poäng
varav	-	12	8	-	-	på delarna P2 och P3 tillsammans
och	5	-	-	-	-	på del P3

Omdömet FX, dvs rätt att komplettera för betyg E, ges för skrivning som inte är godkänd, men nått minst 18p totalt.

För att ge full poäng måste lösningarna vara ordentligt motiverade.

Satser från kursen får (utom då annat sägs) användas utan bevis, om det klart anges vad de säger.

DEL T

Godkänd uppgift 1 på lsiA ht13 ger automatiskt full poäng på uppgift i ($i = 1, 2, 3$) och det ger då ingen ytterligare poäng att lösa den uppgiften på skrivningen.

- 1a) (1p) Vad menas med att en graf $G = (V, E)$ är **reguljär**?
- b) (1p) Vad menas med att en graf $G = (V, E)$ är **bipartit**?
- c) (1p) Vad menas med det **kromatiska talet**, $\chi(G)$, för en graf $G = (V, E)$?
- 2a) (1p) Vad menas med att en funktion $f : X \rightarrow Y$ är en **bijektion**?
- b) (1p) Vad menas med att en mängd X är **uppräknelig** (eng. countable)?
- c) (1p) Formulera **postfacksprincipen** (eng. pigeonhole principle).
- 3a) (1p) Hur beräknas **binomialtalet** $\binom{n}{k}$ då $n, k \in \mathbb{N}$, $k \leq n$?
- b) (1p) Vad menas med att en binär relation $\mathcal{R}$ är **transitiv**?
- c) (1p) Vad anger **stirlingtalet** (av andra slaget) $S(n, k)$ (då $n, k \in \mathbb{N}$, $1 \leq k \leq n$)?
- 4a) (1p) Vad menas med att en permutation π är en **transposition**?
- b) (1p) Hur kan man avgöra om permutationen $\pi \in S_n$ är **udda** eller **jämn** om man känner antalet cykler i π , $c(\pi)$?
- c) (1p) Hur många permutationer i S_6 har cykelstrukturen (typen) [24]?

Vänd!

DEL P1

Godkänd uppgift 2 på lsiA ht13 ger automatiskt full poäng på uppgift 4 + i ($i = 1, 2, 3$) och det ger då ingen ytterligare poäng att lösa den uppgiften på skrivningen.

- 5) (3p) Låt $G = (V, E)$ vara grafen av hörn och kanter i en ikosaeder. Finns det någon eulerkrets (eng. closed Eulerian walk) i G ?
- 6a) (1p) Avgör vilken/vilka av 55, 65 och 75 som är inverterbar(a) i $\mathbb{Z}_{231}$.
b) (2p) Bestäm inversen till ett av elementen i a).
- 7) (3p) Man vill bland 30 matematiska satser utse de vackraste. Först väljer en grupp professorer ut 10 stycken och sedan delar allmänheten ut en vardera av guld-, silver- och bronsmedaljer till tre olika satser bland de 10. Hur många resultat (dvs vilka 10 valdes först och vilken fick vilken medalj) kan det bli? Svaret får innehålla heltal, faktorialer, potenser och de fyra enkla räknesätten.
- 8) Permutationen $\pi \in S_9$ ges på cykelform av $\pi = (1\ 7)(2\ 9\ 4)(3\ 8\ 5\ 6)$.
a) (1p) Finn (på cykelform) π^{-1} .
b) (1p) Finn (på cykelform) $\pi\sigma$, då $\sigma = (1\ 4\ 8\ 5\ 6)(2\ 7)(3\ 9)$.
c) (1p) Finn π :s ordning (minsta $k \geq 1$ med $\pi^k = id$, identitetspermutationen).
-

DEL P2

- 9) (4p) En plan sammanhängande graf delar in planet i 34 ytor (den yttre, obegränsade ytan medräknad). 10 hörn (eng. vertices) har valens (eng. degree) 3, 10 har valens 5 och alla andra hörn har valens 4. Finn alla möjliga värden för antalet kanter (eng. edges) i grafen.
- 10) (4p) Vad blir (minsta icke-negativa) resten då 13^{2595} divideras med 333?
- 11) Låt $\pi \in S_7$ ges av $\pi = (1\ 4)(2\ 6\ 3)(5\ 7)$.
a) (3p) Hur många $\sigma \in S_7$ kommuterar med π , dvs uppfyller $\sigma\pi = \pi\sigma$?
b) (1p) Hur många av dessa σ är udda permutationer?
-

DEL P3

För full poäng på dessa uppgifter krävs särskilt väl strukturerade och presenterade lösningar.

- 12) Man skall fördela 10 vita, 11 svarta och 12 kulörta (med olika färger) kulor i tre lådor. De vita och de svarta kulorna är sinsemellan identiska, medan de kulörta är särskiljbara (från varandra och från de vita och de svarta). Lådorna är särskiljbara.
a) (2p) På hur många sätt kan kulorna fördelas i lådorna?
b) (3p) På hur många sätt kan det ske om ingen låda skall vara tom?
Svaren får innehålla heltal, faktorialer, potenser och de fyra enkla räknesätten.
- 13) Minns Eulers ϕ -funktion, $\phi(n) = |\{x \in \mathbb{N} \mid 1 \leq x \leq n, \text{sgd}(x, n) = 1\}|$.
a) (1p) Finn ett naturligt tal n med $\phi(n) = 6$.
b) (4p) Finn alla naturliga tal n med $\phi(n) = 6$ och visa att inga andra finns.
-

Lösningar kommer att läggas ut på kurssidan.