

(Diskret matte D, ht17: F2, to 31 aug 2017)

Hörnföljder i en graf

En **vandring** (eng. walk): $v_1 v_2 \dots v_k$, där $v_i v_{i+1} \in E$ för $i = 1 \dots k-1$

En **väg** (eng. trail): en vandring där alla passerade kanter är olika

En **krets** (eng. circuit): en sluten väg, dvs en väg $v_1 v_2 \dots v_{k+1}$ med $v_1 = v_{k+1}$

En **stig** (eng. path): en väg med **alla** v_i **olika**

En **cykel** (eng. cycle): en krets $v_1 v_2 \dots v_{k+1}$ med $v_1 v_2 \dots v_k$ en stig, $k \geq 3$

En graf G är **sammanhängande** om två godtyckliga hörn kan förbindas med en väg (eller, ekvivalent, med en vandring eller med en stig)

En **komponent** av grafen: En maximal sammanhängande del

En **hamiltoncykel**: en $|V|$ -cykel (dvs en cykel genom alla grafens hörn)
en **hamiltonstig**: en stig genom alla hörn

Det är i allmänhet svårt att avgöra om en graf är hamiltonsk (dvs har en hamiltoncykel).

Som illustration visade vi följande, som ibland kan användas för grafer med många kanter:

Ores sats (1960), jfr Biggs 15.8:21:

En graf $G = (V, E)$ med $|V| \geq 3$ som uppfyller villkoret

$$x, y \in V, x \neq y, xy \notin E \Rightarrow \delta(x) + \delta(y) \geq |V|$$

är hamiltonsk.

En **eulerkrets**: en krets som passerar varje kant i grafen exakt en gång
en **eulerväg**: en väg som passerar varje kant exakt en gång

Det är lätt att avgöra om en graf är eulersk (har en eulerkrets).

Sats (Euler):

$$G \text{ har en eulerkrets} \Leftrightarrow \begin{cases} G \text{ är sammanhängande (+ ev. lösa hörn)} \\ G \text{ har inga udda hörn} \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} G \text{ har en eulerväg} \\ \text{(som inte är en eulerkrets)} \end{array} \Leftrightarrow \begin{cases} G \text{ är sammanhängande (+ ev. lösa hörn)} \\ G \text{ har precis två udda hörn} \end{cases}$$

Antalet vandringar mellan givna hörn i en graf

Antalet vandringar av längd r mellan hörnen i och j i grafen G är ij -elementet i matrisen A^r , där A är grannmatrisen för G (dvs $a_{ij} = 1$ om i och j är grannar, $= 0$ annars). G kan här också vara riktad och ha öglor och multipla kanter (då kan A ha andra element än 0 och 1 och behöver inte vara symmetrisk).

(Visas med kombinatorikens additions- och multiplikationsprinciper.)