

(Diskret matte D, ht16: F17, må 10 okt 2016)

En **permutation** är en bijektion

$$\pi : X \rightarrow X$$

$S_n : \{\text{alla permutationer av } \mathbb{N}_n\},$

$$|S_n| = n!$$

Om $\pi, \sigma, \tau \in S_n$:

$$\pi\sigma \in S_n$$

$$\pi(\sigma\tau) = (\pi\sigma)\tau$$

det finns $id \in S_n$ så att $\pi id = id \pi = \pi$, alla π

det finns $\pi^{-1} \in S_n$ så att $\pi\pi^{-1} = \pi^{-1}\pi = id$

Beteckningar:

Tvåradnotation: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & i & \dots & k & \dots & j & \dots & n \\ l & \dots & \dots & j & \dots & i & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$

Enradnotation: $[l \dots \dots j \dots i \dots \dots \dots \dots]$

Cykl notation: $(1 l \dots)(i j \dots k) \dots$

Då $\pi(1) = l, \dots, \pi(i) = j, \dots, \pi(k) = i, \dots$

Permutationen $\pi \in S_n$ kan beskrivas med **permutationsmatrisen** M_π , en

$(n \times n)$ -matris med element $m_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{om } \pi(j) = i, \\ 0 & \text{annars.} \end{cases}$

Det gäller att $M_{\pi\sigma} = M_\pi M_\sigma$, dvs multiplikation i S_n motsvaras precis av matrismultiplikation.

Ordningen för en permutation $\pi \in S_n$ (dvs det minsta $k \geq 1$ så att $\pi^k = id$) är **minsta gemensamma multipeln** av cykellängderna i π .

Partitioner av naturliga tal är inte detsamma som partitioner av mängder.

En **partition** av $n \in \mathbb{N}$:

$$n = n_1 + n_2 + \dots + n_k, \quad n_k \geq n_{k-1} \geq \dots \geq n_1 \geq 1$$

Antalet partitioner av n i precis k delar: $p_k(n)$ och totala antalet partitioner av n : $p(n)$.

Ex. $p_1(5) = 1$, $p_2(5) = 2$, $p_3(5) = 2$, $p_4(5) = 1$, $p_5(5) = 1$ så $p(5) = 7$

Ett känt samband (bland många) mellan antalen partitioner av olika slag är (Euler) (nämndes, men visades inte, på föreläsningen (ett elegant bevis finns i Biggs på sidan 383)):

Antalet partitioner av n i **udda** delar (dvs med alla $n_1, n_2, \dots, n_k$ udda) är lika med antalet partitioner av n i **olika** delar (dvs med $n_k > n_{k-1} > \dots > n_1 \geq 1$).