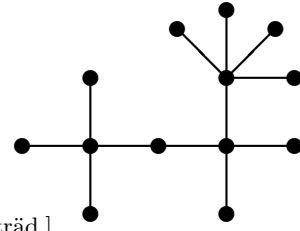


(Diskret matte D, ht16: F4, ti 6 sep 2016)

Ett **träd** $T = (V, E)$ är
en **sammanhängande graf utan cykler**

Då

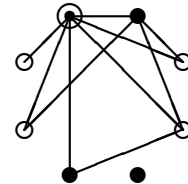
- $x, y \in V \Rightarrow$
det finns en **unik stig** från x till y i T
[Detta kan användas som en alternativ **definition** av ett träd.]
- om en kant i E tas bort, återstår två träd
- $|E| = |V| - 1$ (om $|V| \geq 1$)



För varje sammanhängande graf $G = (V, E)$ finns ett **(upp)spännande träd**,
dvs ett träd $T = (V, E')$ med $E' \subseteq E$.

En **hörfärgning** av grafen $G = (V, E)$:

- en funktion $c : V \rightarrow \mathbb{N}$
så att $xy \in E \Rightarrow c(x) \neq c(y)$



Kromatiska talet $\chi(G)$ för G :

minsta antalet färger som G kan hörfärgas med

En **girig algoritm** för att approximera $\chi(G)$:

1. ordna hörnen: $v_1, v_2, \dots, v_n$
2. välj i ordning $c(v_1), c(v_2), \dots$ minsta möjliga, givet de redan valda

Sats: G har maxvalens $k \Rightarrow$

- $\chi(G) \leq k + 1$
- om G sammanhängande och inte reguljär så $\chi(G) \leq k$

(I själva verket gäller den starkare **Brooks sats** (1941) (inte i boken, nämndes kort på föreläsningen):

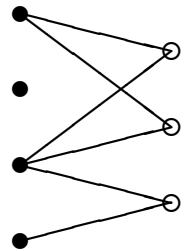
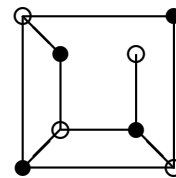
Om G är sammanhängande och inte isomorf med K_m för något m eller med C_n för ett udda n ,
är $\chi(G) \leq k$, maxvalensen i G .)

En **bipartit** graf $G = (X \cup Y, E)$:

$X \cap Y = \emptyset$, alla kanter mellan X och Y

$\Leftrightarrow$

G är 2-(hörfärgbar



Sats: G bipartit $\Rightarrow \sum_{x \in X} \delta(x) = \sum_{y \in Y} \delta(y) = |E|$

Sats: G är bipartit $\Leftrightarrow$ det finns **ingen udda cykel** i G

$G = (X \cup Y, E)$ har hamiltoncykel $\Rightarrow |X| = |Y|$

$G = (X \cup Y, E)$ har hamiltonstig $\Rightarrow |X| = |Y|$ eller $|X| = |Y| \pm 1$