(Diskret matte D, ht13: F3, må 9 sep 2013)

Hörnföljder i en graf

En **vandring** (eng. walk): $v_1 v_2 \dots v_k$, där $v_i v_{i+1} \in E$ för $i = 1 \dots k-1$
En **väg** (eng. trail): en vandring där alla passerade kanter är olika
En **krets** (eng. cicuit): en sluten väg, dvs en väg $v_1 v_2 \dots v_{k+1}$ med $v_1 = v_{k+1}$
En **stig** (eng. path): en väg med **alla** v_i **olika**
En **cykel** (eng. cycle): en krets $v_1 v_2 \dots v_{k+1}$ med $v_1 v_2 \dots v_k$ en stig, $k \geq 3$

En graf G är **sammanhängande** om två godtyckliga hörn kan förbindas med en väg (eller, ekvivalent, med en vandring eller med en stig)

En **komponent** av grafen: En maximal sammanhängande del

En **hamiltoncykel**: en $|V|$-cykel (dvs en cykel genom alla grafens hörn)
en **hamiltonstig**: en stig genom alla hörn

Det är i allmänhet svårt att avgöra om en graf är hamiltonsk (dvs har en hamiltoncykel).

Som illustration visade vi följande, som ibland kan användas för grafer med många kanter.

Ores sats (1960), jfr Biggs 15.8:21:
En graf $G = (V, E)$ med $|V| \geq 3$ som uppfyller villkoret

$$x, y \in V,\ x \neq y,\ xy \notin E \Rightarrow \delta(x) + \delta(y) \geq |V|$$

är hamiltonsk.

En **eulerkrets**: en krets som passerar varje kant i grafen exakt en gång
en **eulerväg**: en väg som passerar varje kant exakt en gång

Det är lätt att avgöra om en graf är eulersk (har en eulerkrets).

Sats (Euler):

$$G \text{ har en eulerkrets} \Leftrightarrow \begin{cases} G \text{ är } \textbf{sammanhängande} \text{ (+ ev. lösa hörn)} \\ G \text{ har } \textbf{inga udda hörn} \end{cases}$$

$$\underset{\text{(ingen eulerkrets)}}{G \text{ har en eulerväg}} \Leftrightarrow \begin{cases} G \text{ är } \textbf{sammanhängande} \text{ (+ ev. lösa hörn)} \\ G \text{ har } \textbf{precis två udda hörn} \end{cases}$$