(F9, ti 28 jan)

$$X_i \quad \text{uppräknelig} \quad \Rightarrow \quad \bigcup_{i=1}^{\infty} X_i \quad \text{uppräknelig}$$

Följd: $\mathbb{Q}$ är uppräknelig.

Additionsprincipen: Om A, B **ändliga, disjunkta** (dvs $A \cap B = \varnothing$) gäller

$$|A \cup B| = |A| + |B|$$

Allmännare: $|A_1 \cup \cdots \cup A_n| = |A_1| + \cdots + |A_n| \quad$ om $A_i \cap A_j = \varnothing$ då $i \neq j$

Allmän postfacksprincip:

Om $n > q_1 + q_2 + \ldots q_m$ och n saker fördelas på m lådor innehåller någon låda, i, minst $q_i + 1$ saker.

(Speciellt om $n > mr$, minst $r + 1$ st i någon låda.)

Produktmängden $X \times Y = \{(x, y) \mid x \in X, y \in Y\}$

Sats: Om $S \subseteq X \times Y$, $\quad X, Y$ ändliga,

$|S| = \sum_{x \in X} r_x(S) = \sum_{y \in Y} c_y(S)$

$|X \times Y| = |X||Y| \quad$ **multiplikationsprincipen**

med radsumman $r_x(S) = |\{y \in Y \mid (x, y) \in S\}|$ och kolumnsumman $c_y(S) = |\{x \in X \mid (x, y) \in S\}|$

Om X, Y är ändliga mängder, $|X| = m, |Y| = n$:

Sats: Antalet funktioner $f : X \to Y$

$=$ antalet element i $Y^m = Y \times Y \times \cdots \times Y$ (m st)

$=$ antalet ord av längd m i Y

$=$ antalet **ordnade val med upprepning** av m st ur Y

$= n^m = |Y|^{|X|}$

Sats: Antalet injektioner $f : X \to Y$

$=$ antalet ord av längd m i Y utan upprepning

$=$ antalet **ordnade val utan upprepning** av m st ur Y

$= n(n-1)\ldots(n-m+1) = (n)_m$