Vilket svar är rätt?

R: röd, G: grön, B: blå

1. Vad blir resten (av minimal grad) då
   $2x^3 + x^2 + 2$ delas med $x^2 + 1$ i $\mathbb{Z}_3[x]$?

   R: $2x + 1$, G: $x + 2$, B: $x + 1$

2. I $\mathbb{Z}_{29}[x]$ är $(x+3)(x^2+25x+10) = (x+7)(x^2+21x+25)$.
   Finns $a \in \mathbb{Z}_{29}$ med $a^2 + 21a + 25 = 0$?

   R: ja, G: kanske, B: nej

3. Om $f(x) \in \mathbb{Z}[x]$ är irreducibelt, är det då
   irreducibelt som element i $\mathbb{Q}[x]$?

   R: ja, alltid G: bara ibland, B: nej, aldrig

4. Om $f(x) \in \mathbb{Z}[x]$ är irreducibelt som element i $\mathbb{Q}[x]$,
   är det då irreducibelt i $\mathbb{Z}[x]$?

   R: ja, alltid G: bara ibland, B: nej, aldrig

5. Om $f(x) \in F[x]$ saknar nollställen i F, är
   $f(x)$ då irreducibelt?

   R: ja, alltid G: bara ibland, B: nej, aldrig

6. Hur många olika nollställen har $x^{17} + 16x \in \mathbb{Z}_{17}[x]$?

   R: 2, G: 16, B: 17

Svar:

1. B, ty $2x^3 + x^2 + 2 = (x^2+1)(2x+1) + (x+1)$ i $\mathbb{Z}_3[x]$
2. R, ty $a = -3 = 26$ insatt ger $0 \cdot (a^2 + 25a + 10) = (a+7)(a^2 + 21a + 25)$ och $a + 7 \neq 0$ i kroppen (29 är primtal) $\mathbb{Z}_{29}$.
3. R, ty om $f(x)$ är reducibelt i $\mathbb{Q}[x]$, så är det reducibelt i $\mathbb{Z}[x]$.
4. G, ty $f(x) = 2x$ är irreducibelt i $\mathbb{Q}[x]$, men reducibelt (som $f(x) = 2 \cdot x$) i $\mathbb{Z}[x]$ (2 är ett irreducibelt polynom i $\mathbb{Z}[x]$) och t.ex. $g(x) = x$ är irreducibelt i $\mathbb{Z}[x]$, så påståendet sant för det.
5. G, ty ibland förstås (irreducibla andragradspolynom t.ex.), men inte säkert (t.ex. inte irreducibla andragradspolynom i kvadrat).
6. B, ty $a^{17} = a$ för alla $a \in \mathbb{Z}_{17}$.