

# Vilket svar är rätt?

R: röd, G: grön, B: blå

1. Hur många konjugatklasser finns i  $G$ , en abelsk grupp?

R: 1, G: 2, B:  $|G|$

2. Om  $A, B$  är grupper, vilka är högersidoklasserna till delgruppen  $\{(a, 1_B) \mid a \in A\}$  till  $A \times B$ ?

R:  $\{(a, b) \mid a \in A\}, b \in B,$   
G:  $\{(a, b) \mid a \in A, b \in B\},$   
B:  $\{(a, b) \mid b \in B\}, a \in A$

3. Om  $A, B$  är grupper, vilka är vänstersidoklasserna till delgruppen  $\{(1_A, b) \mid b \in B\}$  till  $A \times B$ ?

R:  $\{(a, b) \mid a \in A\}, b \in B,$   
G:  $\{(a, b) \mid a \in A, b \in B\},$   
B:  $\{(a, b) \mid b \in B\}, a \in A$

4. Om  $G, H, K$  är grupper,  $K \subseteq H \subseteq G$ , och  $K$  är normal i  $G$ , är  $K$  normal i  $H$ ?

R: Ja, säkert, G: Kanske, B: Nej, säkert inte

5. Om  $G, H, K$  är grupper,  $K \subseteq H \subseteq G$ ,  $K$  normal i  $H$ ,  $H$  normal i  $G$ , är  $K$  normal i  $G$ ?

R: Ja, säkert, G: Kanske, B: Nej, säkert inte

**Svar:**

1. B, ty eftersom  $G$  är abelsk är  $hgh^{-1} = g$  för alla  $g \in G$ ,  
så bara  $g$  är konjugerat med  $g$ .
2. R, ty  $\{(a', 1_B) \mid a' \in A\}(a'', b) = \{(a'a'', b) \mid a' \in A\} = \{(a, b) \mid a \in A\}$   
(för varje  $a \in A$  finns  $a' \in A$  med  $a'a'' = a$ ). Varje  $b \in B$  ger en högersidoklass.
3. B, ty  $(a, b'')\{(1_A, b') \mid b' \in B\} = \{(a, b) \mid b \in B\}$  som i 2.
- 2–3. Notera att vänstersidoklasser = högersidoklasser i  $A \times B$ .
4. R, ty  $gK = Kg$  för alla  $g \in G$  ( $K$  normal i  $G$ ),  
så  $hK = Kh$  för alla  $h \in H$  ( $H \subseteq G$ ), så  $K$  normal i  $H$ .
5. G, ty om  $G$  är abelsk är  $K$  normal i  $G$  och (inte lika lätt att finna)  
om  $K = \{(1), (1\ 2)(3\ 4)\}$ ,  $H = \{(1), (1\ 2)(3\ 4), (1\ 3)(2\ 4), (1\ 4)(2\ 3)\}$  och  
 $G = S_4$  är  $K \subseteq H \subseteq G$ ,  $K$  normal i  $H$  ( $H$  abelsk),  
 $H$  normal i  $G$  (två hela konjugatklasser,  $[1^4]$  och  $[2^2]$ , i  $S_4$ ),  
men  $K$  inte normal i  $G$  (t.ex.  $(1\ 3)K = \{(1\ 3), (1\ 2\ 3\ 4)\} \neq \{(1\ 3), (1\ 4\ 3\ 2)\} = K(1\ 3)$ ).