

Vilket svar är rätt?

R: röd, G: grön, B: blå

1. Vilka av följande permutationer (givna på enradsform) är konjugerade?

$$\pi = [5\ 4\ 1\ 2\ 3], \quad \sigma = [4\ 5\ 2\ 3\ 1], \quad \tau = [3\ 5\ 1\ 2\ 4].$$

R: σ och τ , G: π och τ , B: π och σ

2. Hur många element i S_5 har cykelstruktur $[23]$?

R: 15, G: 18, B: 20

3. Hur många olika konjugatklasser finns det i S_5 ?

R: 7, G: 8, B: 9

4. Är $\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ (tvåradform) jämn eller udda?

R: Jämn, G: Varken eller, B: Udda

5. Har udda permutationer udda ordning?

R: Ja, alltid, G: Ibland, B: Nej, aldrig

6. Har jämna permutationer jämn ordning?

R: Ja, alltid, G: Ibland, B: Nej, aldrig

Svar:

1. G, ty cykelstrukturerna (typerna) är $\pi : [23]$, $\sigma : [5]$, $\tau : [23]$ och permutationer är konjugerade om de har samma cykelstruktur.
2. B, ty de i 2-cykeln kan väljas på $\binom{5}{2} = 10$ sätt och övriga tre kan bilda 3-cykeln på 2 sätt (k element kan ge $(k-1)!$ olika cykliska permutationer (fixera första, sedan godtycklig permutation av övriga $k-1$)). Multiplikationsprincipen. Alt. $\frac{5!}{2 \cdot 3 \cdot 1! \cdot 1!} = 20$.
3. R, ty alla möjliga cykelstrukturer är $[5]$, $[14]$, $[23]$, $[1^2 3]$, $[12^2]$, $[1^3 2]$, $[1^5]$.
4. B, ty $\pi = (1\ 3)(2\ 5\ 4)$, med cykelstruktur $[23]$. Udda antal cykler av jämn längd, så udda permutation (alt. $n - c(\pi) = 5 - 2 = 3$, udda).
5. B, ty $\text{sgn}(\pi^n) = (\text{sgn}(\pi))^n$, så π och n udda ger $\text{sgn}(\pi^n) = -1 \neq \text{sgn}(id)$. (Alt. udda permutationer har ett udda antal (så minst en) cykler av jämn längd, så ordningen (mgm av cykellängderna) är jämn.)
6. G, ty de kan ha noll eller fler cykler (ett jämnt antal) av jämn längd. (Ex. $(1\ 2\ 3) \in S_3$ är jämn och har udda ordning, 3. $(1\ 2)(3\ 4) \in S_4$ är jämn och har jämn ordning, 2.)