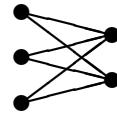


Vilket svar är rätt?

R: röd, G: grön, B: blå

1. Är den bipartita grafen $K_{3,2}$ planär?



R: Ja, G: Nej, B: Beror sig på

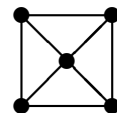
2. En graf ritas utan korsande kanter på en sfäryta.
I hur många områden delas sfären in, om grafen har
2 komponenter, 26 hörn och 42 kanter?

R: 17, G: 19, B: 20

3. Om $G = (V, E)$ är planär och $\delta(x) \geq 5$, alla $x \in V$,
för minst hur många $x \in V$ gäller $\delta(x) = 5$?

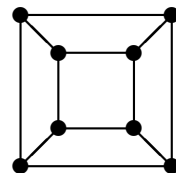
R: 6, G: 10, B: 12

4. Vilken graf är (isomorf med) dualen till grafen G :



R: K_5 , G: G , B: Någon annan

5. Vilken graf är dual till kubgrafen?



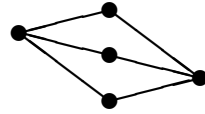
R: Tetraedern,

G: Oktaedern,

B: Kuben

Svar:

1. R, ty genom att flytta ett av Y -hörnen ser vi att den är isomorf med den plana grafen:



2. G, ty satsen om sambandet mellan v , e , r och c för en plan graf (den som ger Eulers polyederformel då $c = 1$) ger att $1 = v - e + r - c = 26 - 42 + r - 2 = r - 18$.
3. B, ty om en planär graf har v st hörn och e st kanter gäller $3v \geq e + 6$, vilket ger $6v - 12 \geq \sum_{x \in V} \delta(x)$, så om y st hörn har valens 5 (och inget valens < 5) gäller $6v - 12 \geq 5y + 6(v - y) = 6v - y$, så $y \geq 12$.
4. G, ty en isomorfi mellan G och $G^\perp$ ges t.ex. av den bijektion som tar G 's mitthörn till ($G^\perp$'s hörn som svarar mot) den yttre ytan och varje annat hörn till (hörnet i) ytan till vänster om det (sett från mitthörnet).
5. G, ty kubgrafens är (plan och) sammanhängande och både den och dess dual är reguljära, så detsamma gäller för dualen ($G \approx (G^\perp)^\perp$), som alltså är en av de "platonska graferna". 6 hörn (antalet ytor i kubgrafens), så oktaedern.