

Vilket svar är rätt?

R: röd, G: grön, B: blå

1. Hur många olika generatorer har den multiplikativa gruppen i kroppen $\mathbb{Z}_2[x]/(x^3 + x + 1)$?

R: 1

G: 4,

B: 6

2. Vad är en partialbråksuppdelning av $\frac{x}{x^2+2} \in \mathbb{Z}_3[x]$?

R: $\frac{2}{x+1} - \frac{1}{x-1}$

G: $\frac{2}{x+1} + \frac{2}{x+2}$,

B: $\frac{1}{x+1} + \frac{2}{(x+1)^2}$

3. Vad är karakteristiken för kroppen $\mathbb{Z}_5[x]/(x^3 + x + 4)$?

R: 5

G: 25,

B: 125

Svar:

1. B, ty $(\mathbb{Z}_2[x]/(x^3 + x + 1) \setminus \{0\}, \cdot)$ är en cyklisk grupp av ordning 7, så den har (eftersom 7 är ett primtal) 6 generatorer (alla element utom 1).
2. G (R), ty båda ger rätt resultat (men G har "mer rätt" form (inga minustecken)). Uppdelningen kan fås med handpåläggning eller, för att illustrera,
$$x^2 + 2 = (x + 1)(x + 2) \text{ och } 1 = (x + 2) + 2(x + 1), \text{ så } x = x(x + 2) + 2x(x + 1) =$$
$$= x(x + 2) + (2(x + 2) + 2)(x + 1) = (x + 2(x + 1))(x + 2) + 2(x + 1) = 2(x + 2) + 2(x + 1).$$
3. R, ty $1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 0$, liksom i $\mathbb{Z}_5$.
Karakteristiken är alltid ett primtal, p om $|F| = p^r$.