

Vilket svar är rätt?

R: röd, G: grön, B: blå

1. Är $P_m : \mathbb{Z}_m[x] \rightarrow \mathbb{Z}_m[x]$ ($m \geq 2$)
given av $P_m(f(x)) = (f(x))^m$ linjär?

R: ja, alltid, G: bara ibland, B: nej, aldrig

2. Vad blir resten (av minimal grad) då
 $2x^3 + x^2 + 2$ delas med $x^2 + 1$ i $\mathbb{Z}_3[x]$?

R: $2x + 1$, G: $x + 2$, B: $x + 1$

3. I $\mathbb{Z}_{29}[x]$ är $(x+3)(x^2+25x+10) = (x+7)(x^2+21x+25)$.
Finns $a \in \mathbb{Z}_{29}$ med $a^2 + 21a + 25 = 0$?

R: ja, G: kanske, B: nej

Svar:

1. G, ty om p är ett primtal är $(f(x))^p = f(x^p)$ i $\mathbb{Z}_p[x]$
(linjär, ty $P_p(af(x) + bg(x)) = af(x^p) + bg(x^p) = aP_p(f(x)) + bP_p(g(x))$),
men $P_4(x) = x^4$, $P_4(2x) = 2^4x^4 = 0 \neq 2P_4(x)$ i $\mathbb{Z}_4[x]$,
så P_m är inte linjär för alla $m \geq 2$.
2. B, ty $2x^3 + x^2 + 2 = (x^2 + 1)(2x + 1) + (x + 1)$ i $\mathbb{Z}_3[x]$
3. R, ty $(x + 3) \mid (x^2 + 21x + 25)$ i $\mathbb{Z}_{29}[x]$
(($x + 3$) är irreducibelt och $(x + 3) \nmid (x + 7)$ i $\mathbb{Z}_{29}[x]$ (29 är ett primtal, så $\mathbb{Z}_{29}$ är en kropp)),
så $a = -3 = 26$ är ett nollställe till $x^2 + 21x + 25$ i $\mathbb{Z}_{29}[x]$.