

# Vilket svar är rätt?

R: röd, G: grön, B: blå

1. Vad är  $U(\mathbb{Z}[i])$ ?

R:  $\{1, -1\}$ , G:  $\mathbb{Z}$ , B:  $\{1, i, -1, -i\}$

2. Är  $(\mathbb{Q}[\sqrt{2}], +, \cdot)$  en kropp?

$(\mathbb{Q}[\sqrt{2}] = \{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in \mathbb{Q}\}.)$

R: Ja, G: Kanske, B: Nej

3. Vad är  $(3x + 4)(4x + 3)$  i  $\mathbb{Z}_{12}[x]$ ?

R:  $3x^2 + 4x + 5$ , G:  $x^2$ , B:  $x$

4. Vad är  $(2x + 1)^2$  i  $\mathbb{Z}_4[x]$ ?

R:  $x^2 + x + 1$ , G: 1, B:  $x^2 + 1$

5. Vad är  $(2x + 1)^2$  i  $\mathbb{Z}_3[x]$ ?

R:  $x^2 + x + 1$ , G: 1, B:  $x^2 + 1$

**Svar:**

1. B, ty alla  $\pm 1, \pm i$  och inga andra har inverser i  $\mathbb{Z}[i]$  (eftersom  $|z^{-1}|^2 = \frac{1}{|z|^2}$ , måste  $|z| = 1$  om  $z, z^{-1} \in \mathbb{Z}[i]$ ).
2. R, ty  $(\mathbb{Q}[\sqrt{2}], +)$  är en delgrupp till den abelska  $(\mathbb{C}, +)$ ,  
 $(\mathbb{Q}[\sqrt{2}] \setminus \{0\}, \cdot)$  är en delgrupp till den abelska  $(\mathbb{C} \setminus \{0\}, \cdot)$   
(sluten under multiplikativ invers, ty  $(a + b\sqrt{2})^{-1} = \frac{a-b\sqrt{2}}{a^2-2b^2}$  om inte  $a = b = 0$ ).  
och de distributiva lagarna följer från dem i  $\mathbb{C}$ .
3. B, ty  $(3x + 4)(4x + 3) = 12x^2 + 25x + 12 = x$  i  $\mathbb{Z}_{12}[x]$ .
4. G, ty  $(2x + 1)^2 = 4x^2 + 4x + 1 = 1$  i  $\mathbb{Z}_4[x]$ .
5. R, ty  $(2x + 1)^2 = 4x^2 + 4x + 1 = x^2 + x + 1$  i  $\mathbb{Z}_3[x]$ .