

Vilket svar är rätt?

R: röd, G: grön, B: blå

1. Vilken/vilka är relationen $\subseteq$ på $\mathcal{P}(X)$
(då X är en icke-tom mängd)?

R: Reflexiv, G: Symmetrisk, B: Transitiv

2. Vilken/vilka är relationen $x\mathcal{R}y$ på $\mathbb{Z}$ som ges av
 $m \mid (x - y)$ (m ett heltal ≥ 1)?

R: Reflexiv, G: Symmetrisk, B: Transitiv

3. Vilken/vilka är relationen $x\mathcal{R}y$ på $\mathbb{Z}$ som ges av
 $m \mid (x + y)$ (m ett heltal ≥ 3)?

R: Reflexiv, G: Symmetrisk, B: Transitiv

4. Hur många olika ekvivalensrelationer finns det på
 $M = \{a, b, c, d, e, f\}$?

R: 203, G: 464, B: 1 273

5. Hur många surjektioner
 $f : \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{a, b, c\}$ finns det?

R: 25, G: 75, B: 150

Svar:

1. RB, ty $A \subseteq A$ för alla mängder A (så reflexiv),
 $A \subseteq B, B \subseteq C \Rightarrow A \subseteq C$ för alla mängder A, B, C (så transitiv),
men $\emptyset \subseteq X$ och $X \not\subseteq \emptyset$ (så inte symmetrisk (men om $X = \emptyset$ är $\subseteq$ symmetrisk)).
2. RGB, ty $m \mid (x - x) = 0$ för alla $x \in \mathbb{Z}$ (så reflexiv),
 $m \mid (x - y) \Rightarrow m \mid (y - x)$ för alla $x, y \in \mathbb{Z}$ (så symmetrisk),
 $m \mid (x - y), m \mid (y - z) \Rightarrow m \mid ((x - y) + (y - z)) = (x - z)$, (så transitiv).
 $\mathcal{R}$ är alltså en ekvivalensrelation (med elementen i $\mathbb{Z}_m$ som ekvivalensklasser).
3. G, ty $m \mid (x + y) \Rightarrow m \mid (y + x)$ för alla $x, y \in \mathbb{Z}$ (så symmetrisk),
men $m \nmid (1 + 1)$ (så inte reflexiv) och
 $m \mid (1 + (m - 1)), m \mid ((m - 1) + 1), m \nmid (1 + 1)$ (så inte transitiv).
(Om $m = 1, 2$ har motsvarande relation alla tre egenskaperna, dvs är en ekvivalensrelation.)
4. R, ty antalet ekvivalensrelationer på M = antalet partitioner av M =
 $= \sum_{k=1}^6 S(6, k) = 1 + 31 + 90 + 65 + 15 + 1 = 203$.
5. B, ty antalet surjektioner från en 5-mängd till en 3-mängd är
 $3! \cdot S(5, 3) = 6 \cdot 25 = 150$.