

Vilket svar är rätt?

R: röd, G: grön, B: blå

1. Vilken av följande finns det flest av?

α : injektioner $f : \{a, b, c\} \rightarrow \{0, 1, 2, \dots, 22\}$

β : fördelningar av 20 identiska kulor i 5 olika lådor

R: α , G: Lika många, B: β

2. 108 i klassen tycker om kombinatorik och algebra.

118 tycker om minst endera. 112 tycker om algebra.

5 st gillar inte kombinatorik. Hur många är de?

R: 119, G: 122, B: 125

3. Är det sant att om $A \cap B = \emptyset$ är

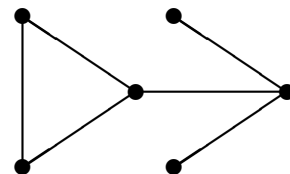
$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap C| - |B \cap C|?$$

R: Ja, G: Beror sig på, B: Nej

4. Om A är grannmatrisen för den enkla grafen G ,
vilket är antalet trianglar i G ?

R: $\text{tr } A^3$, G: $\frac{1}{3} \cdot \text{tr } A^3$, B: $\frac{1}{6} \cdot \text{tr } A^3$

5. Vad är $P_G(\lambda)$,
det kromatiska polynomet,
för vidstående graf?



R: $\lambda^2(\lambda - 1)^3(\lambda - 2)$,

G: $\lambda^2(\lambda - 1)^2(\lambda - 2)^2$,

B: $\lambda(\lambda - 1)^4(\lambda - 2)$

Svar:

1. G, ty $(23)_3 = \frac{23!}{20!}$ och $\binom{20+5-1}{5-1} = \frac{24!}{4! \cdot 20!} = \frac{23!}{20!}$ (ty $4! = 24$).
(Ordnat val utan upprepning respektive oordnat val med (ev.) upprepning.)
2. R, ty $118 = |A \cup K| = |A| + |K| - |A \cap K| = 112 + (|X| - 5) - 108$
ger $|X| = 118 + 1 = 119$. (Principen om inklusion/exklusion (sålprincipen).)
(X , A , K är mängderna av alla, algebravännerna, kombinatorikälskarna.)
3. R, ty inklusion/exklusion ($A \cap B = \emptyset \Rightarrow A \cap B \cap C = \emptyset$).
4. B, ty matriselementet $(A^3)_{ii}$ ger antalet vandringar av längd 3 som börjar och slutar i hörn i , så det är $2 \cdot$ (antalet trianglar det hörnet ingår i)
(varje sådan triangel räknas två gånger, en för varje riktning den genomlöps).
Då alla $(A^3)_{ii}$ adderas räknas varje triangel alltså totalt 6 gånger.
5. B, ty triangeln kan färgas på $\lambda(\lambda - 1)(\lambda - 2)$ sätt och
varje ytterligare hörn tillför en faktor $(\lambda - 1)$.
(Alternativt kan man använda rekursionsformeln för $P_G(\lambda)$.
Om e är en kant i triangeln, är $G - e$ och G/e träd, med 6 respektive 5 hörn,
så $P_G(\lambda) = P_{G-e}(\lambda) - P_{G/e}(\lambda) = \lambda(\lambda - 1)^5 - \lambda(\lambda - 1)^4 = \lambda(\lambda - 1)^4(\lambda - 1 - 1)$.)