

Vilket svar är rätt?

R: röd, G: grön, B: blå

1. $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ definieras av $f(x) = 3x + 2$.

Vilken/vilka av följande är f ?

R: Surjektiv, G: Injektiv, B: Bijektiv

2. $g : \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$ definieras av $g(x) = 3x + 2$.

Vilken/vilka av följande är g ?

R: Surjektiv, G: Injektiv, B: Bijektiv

3. $h : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}$ definieras av $h(x) = |x|$.

Vilken/vilka av följande är h ?

R: Surjektiv, G: Injektiv, B: Bijektiv

4. Om $A, B \neq \emptyset$, $A \cap B = \emptyset$, kan då $|A \cup B| = |A| = |B|$?

R: Ja, G: Kanske, B: Nej

5. Är det sant att $|\mathcal{P}(A)| > |A|$ då $A = \emptyset$?

R: Ja, G: Kanske, B: Nej

Svar:

1. G, ty $f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow 3x_1 + 2 = 3x_2 + 2 \Rightarrow x_1 = x_2$, så injektiv.
Inte surjektiv (så inte bijektiv), ty t.ex. $f(x) \neq 0$ för alla $x \in \mathbb{Z}$.
2. RGB, ty injektiv som i 1. Surjektiv (och därmed bijektiv),
ty $g(\frac{y-2}{3}) = y$ och $\frac{y-2}{3} \in \mathbb{Q}$ för alla $y \in \mathbb{Q}$.
3. R, ty $h(x) = x$ för alla $x \in \mathbb{N}$, så surjektiv.
Inte injektiv (så inte bijektiv), ty t.ex. $h(1) = 1 = h(-1)$ och $1 \neq -1$.
4. R, ty $A = \{0, 2, 4, \dots\}$ och $B = \{1, 3, 5, \dots\}$ uppfyller
 $A, B \neq \emptyset$, $A \cap B = \emptyset$, $A \cup B = \mathbb{N}$ och $|\mathbb{N}| = |A| = |B|$
(Bijektioner $f : \mathbb{N} \rightarrow A$ och $g : \mathbb{N} \rightarrow B$ ges av $f(x) = 2x$, $g(x) = 2x + 1$.)
5. R, ty $\mathcal{P}(\emptyset) = \{\emptyset\}$, så $|\mathcal{P}(\emptyset)| = 1$, medan $|\emptyset| = 0$.