

Vilket svar är rätt?

R: röd, G: grön, B: blå

1. Vilken/vilka av följande är $\equiv 264 \cdot 1326 + 325 \pmod{10}$?

R: 3479, G: -429 , B: -2531

2. Vilka multipler har 4 i $\mathbb{Z}_6$? (Dvs vilka är $4 \cdot a$ i $\mathbb{Z}_6$, då a är i $\mathbb{Z}_6$?)

R: 0, 1, 2, 4, 5, G: 0, 4, B: 0, 2, 4

3. Stämmer det att $34\,567 \cdot 2\,468 + 98\,765 = 85\,311\,121$?

(Svara utan att använda räknare.)

R: Ja, G: Kanske, B: Nej

4. Hur många lösningar har ekvationen $13x = 12$ i $\mathbb{Z}_{30}$?

(Dvs, för hur många av $x = 0, 1, 2, \dots, 29$ gäller $13x \equiv 12 \pmod{30}$?)

R: 0, G: 13, B: 1

5. Hur många lösningar har ekvationen $12x = 13$ i $\mathbb{Z}_{30}$?

R: 0, G: 12, B: 6

6. Hur många lösningar har ekvationen $12x = 12$ i $\mathbb{Z}_{30}$?

R: 0, G: 12, B: 6

Svar:

1. RB, ty $264 \cdot 1326 + 325 \equiv_{10} 4 \cdot 6 + 5 \equiv_{10} 4 + 5 = 9$,
 $3479 \equiv_{10} -2531 \equiv_{10} 9 \not\equiv_{10} -429 (\equiv_{10} 1)$.
2. B, ty $4 \cdot 0 = 4 \cdot 3 = 0$, $4 \cdot 1 = 4 \cdot 4 = 4$, $4 \cdot 2 = 4 \cdot 5 = 2$ i $\mathbb{Z}_6$.
3. G(B), ty det stämmer (mod 9) med siffersummorna,
men i själva verket är uttrycket $= 85\,410\,121$.
4. B, ty $\text{sgd}(13, 30) = 1$, så 13 är inverterbart i $\mathbb{Z}_{30}$ och
enda lösningen ges av $x = 13^{-1} \cdot 12 (= 7 \cdot 12 = 24)$.
5. R, ty $\text{sgd}(12, 30) = 6 \nmid 13$
 $(12x = 13 \text{ i } \mathbb{Z}_{30} \Leftrightarrow 12x - 13 = 30k \text{ för något } k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow 6(2x - 5k) = 13 \text{ för något } k \in \mathbb{Z})$.
6. B, ty $12x = 12 \text{ i } \mathbb{Z}_{30} \Leftrightarrow 12x - 12 = 30k$, ngt $k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow 2(x - 1) = 5k$, ngt $k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow 5 \mid x - 1$,
vilket är sant precis för $x = 1, 6, 11, 16, 21, 26 \in \mathbb{Z}_{30}$.
Allmänt: $ax = b$ i $\mathbb{Z}_m$ har
 $\text{sgd}(a, m)$ st lösningar om $\text{sgd}(a, m) \mid b$ och ingen lösning annars.