

Vilket svar är rätt?

R: röd, G: grön, B: blå

1. Vad blir den principala resten då 46 delas med -11 ?

R: 9, G: 4, B: 2

2. Vad blir den principala resten då -46 delas med 11?

R: 9, G: 4, B: 2

3. Vad är $(436)_7 + (352)_7$ (i bas 7)?

R: $(788)_7$, G: $(1121)_7$, B: $(1011)_7$

4. Vilken eller vilka av följande är sann(a) (om någon)?

R: $-2 \mid 0$, G: $0 \mid 0$, B: $0 \mid 7$

5. Om $a \mid b$ och $b \mid c$, gäller då $a \mid c$ ($a, b, c \in \mathbb{Z}$)?

R: Ja, alltid, G: Inte säkert, B: Nej, aldrig

Svar:

1. B, ty $46 = (-11) \cdot (-4) + 2$ och $0 \leq 2 < |-11|$.

2. R, ty $-46 = 11 \cdot (-5) + 9$ och $0 \leq 9 < |11|$.

3. G, enligt

$\begin{array}{r} \\ 4 \\ + 3 5 2 \\ \hline 1 1 2 1 \end{array}$	$\begin{array}{l} \\ 6 + 2 = (11)_7, \\ 1 + 3 + 5 = (12)_7 \text{ och} \\ 1 + 4 + 3 = (11)_7. \end{array}$
--	--

(Mer omständligt: gå över till (t.ex.) bas 10, $(436)_7 + (352)_7 = 223 + 184 = 407 = (1121)_7$.)

4. RG, ty $0 = (-2) \cdot 0$ och $0 = 0 \cdot q$ (för godtyckligt $q \in \mathbb{Z}$).

Inte B, ty $0 \cdot q = 0 \neq 7$ för alla $q \in \mathbb{Z}$.

5. R, ty $b = aq_1$ och $c = bq_2$ ger $c = (aq_1)q_2 = a(q_1q_2)$ (där $q_1, q_2 \in \mathbb{Z}$, så $q_1q_2 \in \mathbb{Z}$).

6. För vilka a, b gäller $\text{sgd}(416, 182) = 416a + 182b$?

R: $7, -3$, G: $3, -7$, B: $-3, 7$

7. $\begin{cases} x_0 = 33 \\ y_0 = 7 \end{cases}$ löser ekvationen $9x - 27y = 108$.

Vilket/vilka uttryck ger alla heltalslösningar (k heltal)?

R: $\begin{cases} x = 33 + 27k \\ y = 7 + 9k, \end{cases}$ G: $\begin{cases} x = 33 + 3k \\ y = 7 + k, \end{cases}$ B: $\begin{cases} x = 27 + 3k \\ y = 5 + k \end{cases}$

8. Om $a, b, c \in \mathbb{Z}$ och $ax + by = c$ har lösningar $x, y \in \mathbb{Z}$,
har då $2ax + 3by = 6c$ också det?

R: Ja, alltid, G: Inte säkert, B: Nej, aldrig

9. Vad är $\text{sgd}(90\,552, 447\,174)$?

$(90\,552 = 2^3 \cdot 3 \cdot 7^3 \cdot 11, 447\,174 = 2 \cdot 3^3 \cdot 7^2 \cdot 13^2)$

R: 492, G: 429, B: 294

Svar:

6. B, ty (Euklides) $416 = 182 \cdot 2 + 52$, så $\text{sgd}(416, 182) = 26$ och
 $182 = 52 \cdot 3 + 26$,
 $52 = 26 \cdot 2 + 0$.
("baklänges") $26 = 182 - 3 \cdot 52 = 182 - 3(416 - 2 \cdot 182) = -3 \cdot 416 + 7 \cdot 182$.
7. GB, ty ekvationen är ekvivalent med $x - 3y = 12$, där $\text{sgd}(1, -3) = 1$,
så $x - x_0 = 3k$, $y - y_0 = k$. $27 = 33 + 3(-2)$, $5 = 7 + (-2)$.
- 8.R, ty $c = ax + by \Rightarrow 6c = 2a \cdot 3x + 3b \cdot 2y$,
alt. första ekvationen har lösning $\Rightarrow \text{sgd}(a, b) \mid c \Rightarrow$
 $\Rightarrow \text{sgd}(2a, 3b) \mid 6c \Rightarrow$ andra ekvationen har lösning.
9. B, ty $\text{sgd}(90\,552, 447\,174) = \text{sgd}(2^3 \cdot 3 \cdot 7^3 \cdot 11, 2 \cdot 3^3 \cdot 7^2 \cdot 13^2) =$
 $= 2 \cdot 3 \cdot 7^2 = 6 \cdot 49 = 300 - 6 = 294$.