

Vilket svar är rätt?

R: röd, G: grön, B: blå

1. Vad är fibonaccitalet F_{12} ?

R: 88, G: 89, B: 12^2

2. Med (*): $a_{n+2} = 6(a_n)^3 - (a_{n+1} - a_n)^2$, $n = 0, 1, 2, \dots$,
för hur många olika $\{a_n\}_{n=0}^\infty$ gäller (*) och $a_0 = 17$?

R: Ingen, G: Precis en, B: Fler än en

3. Vad är den allmänna lösningen till $a_{n+2} = -2a_n$?

R: $A(\sqrt{2})^n + B(-\sqrt{2})^n$,

G: $A(i\sqrt{2})^n + B(-i\sqrt{2})^n$,

B: $A2^n + B(-2)^n$

4. Vad är $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{F_{n+1}}{F_n}$?

R: $\frac{1}{2}(1 + \sqrt{5})$, G: $\frac{1+\sqrt{5}}{1-\sqrt{5}}$, B: $\frac{1}{2}(1 - \sqrt{5})$

5. Finns en lösning $a_n = c(i\sqrt{2})^n$ (c en konstant)

till $a_{n+2} = -2a_n + 7(i\sqrt{2})^n$?

R: Ja, G: Nej, B: Kanske, kanske inte

Svar:

1. B, ty $F_0 = 0$, $F_1 = 1$ ger följden 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, så $F_{12} = 144 = 12^2$.
2. B, ty (*) bestämmer $a_2, a_3, \dots$ entydigt om a_0 och a_1 är givna, men olika a_1 ger olika följder.
3. G, ty karakteristiska ekvationen $x^2 = -2$ har lösningarna (enkelrötter)
 $r_{1,2} = \pm i\sqrt{2}$.
4. R, ty $F_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^n \right]$ och $|\frac{1+\sqrt{5}}{2}| > 1$, $|\frac{1-\sqrt{5}}{2}| < 1$ etc.
5. G, ty $a_n = c(i\sqrt{2})^n$ löser för varje värde på c den homogena ekvationen $a_{n+2} = -2a_n$, så inte den inhomogena.