

Svarsförslag för lappskrivning 1A, version c,
to 15 september 2016, i SF1630 Diskret matematik, för D (m.fl.)

(Tryckfel kan förekomma.)

c1a. (1p) Sökt är definitionen av att grafen $G = (V, E)$ är reguljär.

Lösning: G är reguljär om alla dess hörn har samma valens (dvs samma antal grannar).

c1b. (1p) Sökt är definitionen av att grafen $G = (V, E)$ är ett träd.

Lösning: Ett träd är en sammanhängande graf som inte innehåller någon cykel. (En graf är sammanhängande om varje par av hörn kan förbindas med en vandring i grafen. En cykel är en vandring som börjar och slutar i samma hörn och i övrigt inte upprepar något hörn.)

c1c. (1p) Sökt är definitionen av en eulerkrets i en graf.

Lösning: En eulerkrets är en sluten väg som passerar varje kant i grafen precis en gång.

c1d. (1p) Sökt är Halls villkor för existensen av en fullständig matchning i en bipartit graf $G = (X \cup Y, E)$.

Lösning: Villkoret (nödvändigt och tillräckligt) är att för varje $A \subseteq X$ gäller att $|A| \leq |J(A)|$, där $J(A) = \{y \in Y \mid \{x, y\} \in E \text{ för något } x \in A\}$.

c2. (4p) En sammanhängande graf $G = (V, E)$ har 5 hörn med valens 1, 2 med valens 2, 5 med valens 3, 3 med valens 4 och 2 med valens 5. Vi söker antalet områden som G delar in en sfär i, då den ritas på sfärens yta utan korsande kanter.

Lösning: Eftersom G är sammanhängande och plan (utan kantkorsningar på en sfäryta), uppfyller $v = |V|$, $e = |E|$ och r (antalet områden) Eulers polyederformel $v - e + r = 2$, så $r = 2 - v + e$.

Vi känner antalet hörn av varje valens, så totalt är $v = 5 + 2 + 5 + 3 + 2 = 17$ och $e = \frac{1}{2} \sum_{x \in V} \delta(x) = \frac{1}{2}(5 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 5 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 2 \cdot 5) = \frac{46}{2} = 23$ (ty $\sum_{x \in V} \delta(x) = 2|E|$ i varje graf), så vi får $r = 2 - v + e = 2 - 17 + 23 = 8$

Svar: G delar in sfärytan i 8 områden.
