

Matematik, KTH
B.Ek

Ls3Ba

**Lappskrivning 3B, version a,
i SF1630(/1631) Diskret matematik, för D (m.fl.)
torsdag 4 december 2014, klockan 10.15–10.40**

Inga hjälpmedel tillåtna.

Skriv din lösning på samma blad som uppgiften (använd baksidan och delar av det sista bladet om det behövs). Lämna in alla bladen hoplämnade, som de är.

Namn:

Personnummer:

Lösningar kommer att läggas ut på kurssidan efter skrivningen.

Bedömning G på denna uppgift ger full poäng på uppgift 3 på teoridelen (del T) vid TENB i januari och april 2015.
För G krävs minst 3p.

Poäng på uppgiften: G/U:

1a. (1p) Vad menas med **karaktistiken** för en ändlig kropp (eng. field) F ?

b. (1p) Låt F vara en kropp och $f(x) \in F[x]$ vara ett polynom av grad $\deg f(x) = n$ och med minst ett nollställe.
Vilka värden är möjliga för antalet olika nollställena till $f(x)$?

c. (1p) Låt $(F, +, \cdot)$ vara en ändlig kropp med $|F| = n$.
Vilka värden för den multiplikativa ordningen (dvs ordningen som element i F 's multiplikativa grupp) förekommer bland elementen i $F \setminus \{0\}$?

d. (1p) Låt F vara en kropp. Vad menas med att ett polynom i $F[x]$ är **irreducibelt**?

Bedömning G på denna uppgift ger full poäng på tredje uppgiften på första problemdelen (del P1), dvs uppgift 7, vid TENB i januari och april 2015.

För G krävs minst 3p.

Poäng på uppgiften: G/U:

För full poäng krävs att svaren tydligt motiveras.

2. Låt polynomet $k(x) = x^3 + 4x + 1 \in \mathbb{Z}_5[x]$.

Låt vidare $R = \mathbb{Z}_5[x]/(k(x))$, ringen av ekvivalensklasser i $\mathbb{Z}_5[x]$ modulo $k(x)$.

Vi representerar som vanligt varje ekvivalensklass med det ingående polynom som har lägst grad (så att t.ex. $[2x + 3]$ betecknar den ekvivalensklass som innehåller polynomet $2x + 3$). I b.-d. nedan krävs att svaren representeras så.

a. (1p) Vad är $|R|$, antalet element i R ?

b. (1p) Vad är summan $[2x^2 + 4x + 1] + [4x^2 + 3x + 2]$ i R ?

c. (1p) Vad är produkten $[2x^2 + 4x + 1] \cdot [4x + 3]$ i R ?

d. (1p) Finn nolldelare i R , dvs $a, b \in R$ sådana att $a, b \neq [0]$ och $a \cdot b = [0]$.