

Matematik, KTH
B.Ek

B

**Lappskrivning 5, version B,
i SF1631(/5B1204) Diskret matematik, för D
tisdag 11 oktober 2011, klockan 10.15–10.40**

Inga hjälpmedel tillåtna.

Bara väl motiverade lösningar ger full poäng.

7–8p på skrivningen ger 2 bonuspoäng till tentamen.

3–6p på skrivningen ger 1 bonuspoäng till tentamen.

Bonuspoängen gäller vid ordinarie tentamen i oktober och till omtentamen i januari 2012.

Skriv din lösning på samma blad som uppgiften (använd baksidan och delar av det sista bladet om det behövs). Lämna in alla bladen hophäftade.

Namn:

Personnummer:

Lösningar kommer att läggas ut på kurssidan efter skrivningen.

Totalpoäng: Bonuspoäng:

1) Låt S_{10} (som vanligt) vara gruppen av permutationer av

$$X = \{1, 2, \dots, 9, 10\},$$

$\pi \in S_{10}$ på cykelform ges av

$$\pi = (1\ 8)(2\ 9\ 4\ 6)(5\ 10\ 7)$$

och $G = \langle \pi \rangle = \{\pi^n \mid n \in \mathbb{Z}\}$ vara delgruppen av S_{10} som genereras av π .

Bestäm för varje $x \in X$ storleken av dels x :s bana (eng. orbit) under G :s verkan och dels x :s stabilisator (eng. stabilizer) (med bokens beteckningar söks alltså $|Gx|$ och $|G_x|$ för alla $x \in X$).

2) Låt $R = \mathbb{Z}_7[x]$ vara ringen av alla polynom med koefficienter i $\mathbb{Z}_7$.

a) (1p) Beräkna i R produkten $(2x + 3)(5x + 4)$.

b) (1p) Finn i R kvoten och resten då $x^2 + 4x + 1$ divideras med $3x^2 + 2$.

c) (1p) Avgör vilka av följande polynom i R som är **irreducibla** och vilka som inte är det (dvs är reducibla).

$$\alpha. x^2 + 4x + 6 \quad \beta. x^2 + 1 \quad \gamma. x^2 + 4x + 2$$

Irreducibla: **Reducibla:**

d) (1p) Måste en kropp F med $|F| = 49$ innehålla $\sqrt{-1}$, dvs måste det finnas ett $i \in F$ med $i^2 = -1$?

Kom ihåg att motivera dina svar ordentligt!