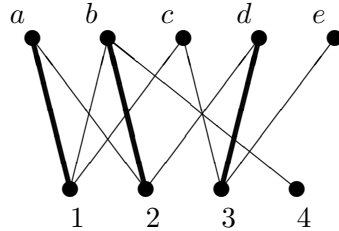


Lösningförslag ls1, Diskret matematik, 13 september 2011

A1) I figuren är en matchning M för den bipartita grafen G markerad med feta kanter.



Ange (som en följd av hörn) en **utökande alternerande stig** för M och markera tydligt i nedanstående figur den större matchning M' som kan skapas från M med hjälp av stigen.

Lösning:

Man finner tre olika utökande alternerande stigar (dvs alternerande stigar som startar och slutar i omatchade hörn) som startar i c eller e

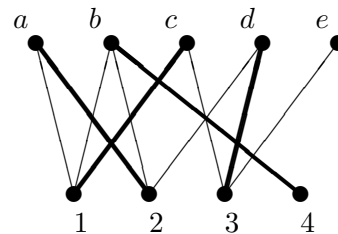
(man kunde också starta i hörnet 4):

$c\ 1\ a\ 2\ b\ 4$

$c\ 3\ d\ 2\ b\ 4$

$e\ 3\ d\ 2\ b\ 4$

Den första ger den nya matchningen härintill.



Svar: En utökande alternerande stig är $c\ 1\ a\ 2\ b\ 4$.

Enligt ovan finns flera korrekta svar.

A2) En 3-reguljär, plan och sammanhängande graf har 3 fler hörn (noder) än det antal ytor (områden) grafen delar in planet i (inklusive den obegränsade ytan). Hur många hörn har grafen?

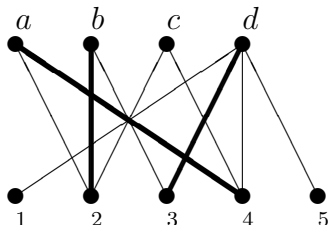
Lösning:

Låt grafen ha v hörn, e kanter och $r = v - 3$ ytor.

$\sum_{x \in V} \delta(x) = 2e$ ger $3v = 2e$ och Eulers polyederformel $v - e + r = 2$ ger $2v - 2e + 2r = 4$. Således $2v - 3v + 2(v - 3) = 4$, dvs $v = 10$.

Svar: Grafen har 10 hörn.

B1) I figuren är en matchning M för den bipartita grafen G markerad med feta kanter.



Ange (som en följd av hörn) en **utökande alternerande stig** för M och markera tydligt i nedanstående figur den större matchning M' som kan skapas från M med hjälp av stigen.

Lösning:

Man finner fyra olika utökande alternerande stigar (dvs alternerande stigar som startar och slutar i omatchade hörn) som startar i c :

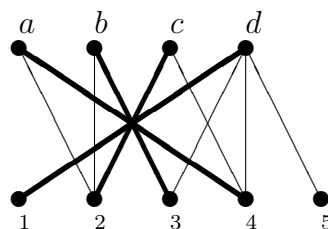
$c\ 2\ b\ 3\ d\ 1$

$c\ 2\ b\ 3\ d\ 5$

$c\ 4\ a\ 2\ b\ 3\ d\ 1$

$c\ 4\ a\ 2\ b\ 3\ d\ 5$.

Den första ger den nya matchningen härintill.



Svar: En utökande alternerande stig är $c\ 2\ b\ 3\ d\ 1$.

Enligt ovan finns flera korrekta svar.

B2) En 3-reguljär, plan och sammanhängande graf har 8 fler hörn (noder) än det antal ytor (områden) grafen delar in planet i (inklusive den obegränsade ytan). Hur många hörn har grafen?

Lösning:

Låt grafen ha v hörn, e kanter och $r = v - 8$ ytor.

$\sum_{x \in V} \delta(x) = 2e$ ger $3v = 2e$ och Eulers polyederformel $v - e + r = 2$ ger $2v - 2e + 2r = 4$. Således $2v - 3v + 2(v - 8) = 4$, dvs $v = 20$.

Svar: Grafen har 20 hörn.