

Efternamn, förnamn	personnummer	program	blad	uppg.
			1	1

Matematik, KTH

B.Ek

**Kontrollskrivning 3, må 9 oktober 2017, 8.00–10.00,
i SF1688, Diskret matematik**

Examinator: Bengt Ek, tel 790 6951.

Tillåtna hjälpmedel: Inga (utom penna och sudd), inte ens räknedosa.

Minst 9 poäng ger säkert godkänt.

Godkänd ks i medför godkända (3p) uppgifter i och $i + 4$ vid tentor till (men inte med) nästa kursomgångs ordinarie tenta (högst ett år), $i = 1, 2, 3$.

Uppgifterna 3)–5) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.

Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.

För in dina svar på uppgift 1 i rutorna nedan och lämna in detta blad tillsammans med övriga lösningsblad.

1) (För varje delfråga ger rätt svar $\frac{1}{2}$ p, inget svar 0p, fel svar $-\frac{1}{2}$ p.

Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke-negativa heltal.)

Kryssa för om påståendena **a)–f)** är sanna eller falska (eller avstå)!

	sant	falskt
a) Om en ändlig grupp G verkar på en ändlig mängd X är antalet banor säkert en delare till $ G $, gruppens ordning.		
b) Om $m < n \in \mathbb{Z}_+$ och $n = mq + r$ (med $q, r \in \mathbb{Z}$ och $0 \leq r < m$), är m säkert inverterbart i $\mathbb{Z}_n$ omm r är det i $\mathbb{Z}_m$.		
c) Om $a, m \in \mathbb{Z}_+$ och $\text{sgd}(a, m) = 1$, är det säkert så att $a^m \equiv a \pmod{m}$.		
d) En kommutativ ring R är en kropp omm det för alla $a, b \in R \setminus \{0\}$ finns precis ett $x \in R$ med $ax = b$.		
e) Karakteristiken för en ändlig kropp är alltid ett primtal.		
f) I varje kvotring $F[x]/(k(x))$ är 0 en produkt av två nollskilda element omm polynomet $k(x)$ är reducibelt.		

Vänd!

Lösningar på följande uppgifter skrivs på separata papper.

2a) (1p) Låt $(G, *)$ vara en cyklisk grupp med $|G| = 52$.

Hur många $g \in G$ har jämn ordning (eng. order)?

b) (1p) Låt för $n \in \mathbb{Z}_+$ $\sigma(n)$ vara summan av alla n :s positiva delare (så t.ex. $\sigma(12) = 1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 12 = 28$). Vad är

$$\sum_{d|n} \mu(d) \sigma\left(\frac{n}{d}\right)?$$

Summan är över n :s positiva delare och μ är Möbius funktion.

Motivera ditt svar.

c) (1p) Beskriv strukturen för $(F \setminus \{0\}, \cdot)$, då $(F, +, \cdot)$ är en ändlig kropp.

3) (3p) På hur många väsentligt olika sätt kan hörnen i en regelbunden femhörning färgas, då det finns k färger att välja bland (kanske samma färg på flera hörn, alla färger behöver inte användas)?

(”Väsentligt olika” färgningar: inga två av dem kan vridas eller vändas så att de blir lika.)

4) (3p) Finn det minsta $n \in \mathbb{Z}_+$ (dvs positiva heltal) som uppfyller

$$290^n = 348 \text{ i } \mathbb{Z}_{396},$$

eller förklara varför inget sådant n finns. ($396 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11$.)

5) (3p) Betrakta i $\mathbb{Z}_3[x]$ de båda polynomen

$$f(x) = x^5 + x^4 + x^3 + 2x^2 + 1,$$

$$g(x) = x^4 + 2x^3 + x^2 + x + 1.$$

Bestäm den moniska (dvs med högstgradskoefficienten = 1) största gemensamma delaren $k(x)$ till $f(x)$ och $g(x)$.

(Beteckna elementen i $\mathbb{Z}_3$ med 0, 1, 2, dvs använd inte negativa värden eller värden ≥ 3 .)

Lösningar kommer att läggas ut på kurssidan efter skrivningen.