

Efternamn, förnamn	personnummer	program	blad	uppg.
			1	1

Matematik, KTH

B.Ek

**Kontrollskrivning 2, må 25 september 2017, 8.00–10.00,
i SF1688, Diskret matematik**

Examinator: Bengt Ek, tel 790 6951.

Tillåtna hjälpmedel: Inga (utom penna och sudd), inte ens räknedosa.

Minst 9 poäng ger säkert godkänt.

Godkänd ks i medför godkända (3p) uppgifter i och $i + 4$ vid tentor till (men inte med) nästa kursomgångs ordinarie tenta (högst ett år), $i = 1, 2, 3$.

Uppgifterna 3)–5) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.

Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.

För in dina svar på uppgift 1 i rutorna nedan och lämna in detta blad tillsammans med övriga lösningsblad.

1) (För varje delfråga ger rätt svar $\frac{1}{2}$ p, inget svar 0p, fel svar $-\frac{1}{2}$ p.

Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke-negativa heltal.)

Kryssa för om påståendena a)–f) är sanna eller falska (eller avstå)!

	sant	falskt
a) $a_{n+3} = 3a_{n+2} + 5a_{n+1} - 14a_n + 5 \cdot 2^n$, $n = 0, 1, 2, \dots$ uppfylls för någon konstant c av $a_n = c \cdot 2^n$.		
b) För alla $\pi \in S_{18}$ (mängden av permutationer av $\{1, 2, \dots, 18\}$) gäller att π och π^{-1} är konjugerade permutationer.		
c) Om G och H är grupper, är grupperna $G \times H$ och $H \times G$ (de direkta produkterna) säkert isomorfa.		
d) Alla grupper av ordning 41 är abelska.		
e) Om K är en delgrupp till $G \times H$ (G, H grupper), måste $K = \{(g, h) \mid g \in G_1, h \in H_1\}$ för delgrupper G_1, H_1 till G, H .		
f) Om H är en delgrupp till gruppen G och $g \in G$ finns säkert ett $g' \in G$ med $gH = Hg'$.		

Vänd!

Lösningar på följande uppgifter skrivs på separata papper.

2a) (1p) Finn alla talföljder $\{a_n\}_{n=0}^\infty$ som uppfyller

$$\begin{cases} a_{n+2} = a_{n+1} + 6a_n & \text{för alla } n = 0, 1, 2, \dots \\ a_0 = 2. \end{cases}$$

b) (1p) $(G, *)$ är en grupp med 11 element, $G = \{g_1, g_2, \dots, g_{11}\}$, där

$$g_1 * g_1 = g_2, g_2 * g_2 = g_3 \text{ och } g_2 * g_3 = g_4.$$

Vad är $g_4 * g_4$? Motivera kortfattat ditt svar.

c) (1p) Låt N vara en delgrupp till $(G, *)$.

Vad betyder det (dvs hur definieras) att N är en **normal** delgrupp till G ?

3) $\pi, \sigma \in S_9$ (gruppen av alla permutationer av $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$) ges av (tvåradform)

$$\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 8 & 6 & 9 & 4 & 5 & 3 & 2 & 1 & 7 \end{pmatrix}, \sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 3 & 7 & 8 & 2 & 9 & 5 & 4 & 1 & 6 \end{pmatrix}.$$

a) (1p) Finn på cykelform π, σ och $\pi\sigma$.

b) (1p) Finn ordningarna för π, σ och $\sigma\pi$.

c) (1p) Avgör för var och en av π, σ och $\pi\sigma^{-2}\pi^3\sigma^4\pi^{-5}$ (dvs $\pi\sigma^{-1}\sigma^{-1}\pi\pi\pi\dots$) om den är en jämn eller en udda permutation.

4) Låt $(G, *)$, där $G = \{p, q, r, s, t, u\}$, vara en grupp med 6 element och vidstående grupptabell.

a) (1p) Finn G :s identitets-element.

b) (1p) Finn en delgrupp H till G med $|H| = 2$.

c) (1p) Finn (för ditt valda H) alla H :s vänster- och högersidoklasser i G .

$*$	p	q	r	s	t	u
p	t	r	u	p	s	q
q	u	s	t	q	r	p
r	q	p	s	r	u	t
s	p	q	r	s	t	u
t	s	u	q	t	p	r
u	r	t	p	u	q	s

5) (3p) 73 är ett primtal, så $(\mathbb{Z}_{73} \setminus \{0\}, \cdot)$ är en grupp (det behöver du inte visa).

Avgör om denna grupp genereras av elementet 22 ($22 = 17^3$ i $\mathbb{Z}_{73}$).

Glöm inte att motivera ditt svar.

Lösningar kommer att läggas ut på kurssidan efter skrivningen.