

Efternamn, förnamn	personnummer	program	blad	uppg.
			1	1

Matematik, KTH

B.Ek

**Kontrollskrivning 1, må 11 september 2017, 8.00–10.00,
i SF1688, Diskret matematik**

Examinator: Bengt Ek, tel 790 6951.

Tillåtna hjälpmedel: Inga (utom penna och sudd), inte ens räknedosa.

Minst 9 poäng ger säkert godkänt.

Godkänd ks i medför godkända (3p) uppgifter i och $i + 4$ vid tentor till (men inte med) nästa kursomgångs ordinarie tenta (högst ett år), $i = 1, 2, 3$.

Uppgifterna 3)–5) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.

Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.

För in dina svar på uppgift 1 i rutorna nedan och lämna in detta blad tillsammans med övriga lösningsblad.

1) (För varje delfråga ger rätt svar $\frac{1}{2}$ p, inget svar 0p, fel svar $-\frac{1}{2}$ p.
Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke-negativa heltal.)
Kryssa för om påståendena **a)–f)** är sanna eller falska (eller avstå)!

	sant	falskt
a) Om grafen $G = (V, E)$ har ett udda antal hörn (vertices), $ V $, är antalet hörn med jämn valens (degree) säkert udda.		
b) Om grafen $G = (V, E)$ är 6-reguljär (dvs varje hörn (vertex) har valens (degree) 6) är $ E $ säkert delbart med 6.		
c) En bipartit graf $G = (X \cup Y, E)$ ($X \cap Y = \emptyset$, $e \in E \Rightarrow e \cap X = 1$) är hamiltonsk (dvs har en hamiltoncykel) omm $ X = Y $.		
d) Det kromatiska polynomet $P_G(\lambda)$ för en graf G är säkert produkten av dem för G :s komponenter.		
e) Om G är en plan, sammanhängande graf måste minst en av de ytor G delar in planet i ha högst 5 kanter.		
f) Om en graf med högsta valens k kan hörnfärgas med 2 färger, kan den säkert kantfärgas med k färger.		

Vänd!

Lösningar på följande uppgifter skrivs på separata papper.

2a) (1p) Visa med en figur att en graf G med **grannmatrisen** $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ är planär.

b) (1p) Vad är **det kromatiska talet** (chromatic number) $\chi(G)$ för grafen G med kromatiskt polynom $P_G(\lambda) = (\lambda - 1)(\lambda - 2)^4((\lambda - 1)^3 + 1)$?

c) (1p) Formulera det nödvändiga och tillräckliga villkor som ges av Halls sats ("giftermålssatsen") för att det skall finnas en fullständig matchning (för X -hörnen) i en bipartit graf $G = (X \cup Y, E)$ (Biggs kallar det "Hall's condition").

Glöm inte att förklara ingående beteckningar i din formulering.

3) Grafen G beskrivs av **granntabellen**:

	a	b	c	d	e	f	g	h	.
Vi vill lägga till ett hörn (vertex) x med kanter till	d	h		a	d	h	d	b	
vissa av G 's hörn, så att G tillsammans med x				e				f	
och dess kanter utgör ett träd .				g					

a) (2p) Ange (med motivering) ett möjligt sådant val av grannar till x .

b) (1p) Hur många korrekta val finns det i a)?

4) (3p) En 3-reguljär, plan och sammanhängande graf har 3 fler hörn (vertices) än det antal ytor grafen delar in planet i (inklusive den obegränsade ytan). Finn alla möjliga värden för antalet hörn i grafen.

5) (3p) 15 studenter läser en kurs i diskret matematik med 22 olika satser.

Var och en av studenterna tycker om minst 6 av satserna i kursen, högst sex av studenterna tycker om färre än 11 av satserna och för var och en av satserna finns minst fyra av studenterna som tycker om just den.

Går det säkert att tilldela varje student en sats han eller hon tycker om, så att olika studenter får olika satser?

Glöm inte att motivera ditt svar ordentligt.

Lösningar kommer att läggas ut på kurssidan efter skrivningen.