

Efternamn, förnamn	personnummer	program	blad	uppg.
			1	1

Matematik, KTH

B.Ek

**Fiktiv kontrollskrivning 3, må XX, 8.00–10.00,
i SF1688, Diskret matematik**

Examinator: Bengt Ek, tel 790 6951.

Tillåtna hjälpmedel: Inga (utom penna och sudd), inte ens räknedosa.

Minst 9 poäng ger säkert godkänt.

Godkänd ks i medför godkända (3p) uppgifter i och $i + 4$ vid tentor till (men inte med) nästa kursomgångs ordinarie tenta (högst ett år), $i = 1, 2, 3$.

Uppgifterna 3)–5) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.

Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.

För in dina svar på uppgift 1 i rutorna nedan och lämna in detta blad tillsammans med övriga Lösningsblad.

1) (För varje delfråga ger rätt svar $\frac{1}{2}$ p, inget svar 0p, fel svar $-\frac{1}{2}$ p.

Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke-negativa heltal.)

Kryssa för om påståendena a)–f) är sanna eller falska (eller avstå)!

	sant	falskt
a) Om en grupp G , $ G = 37$, verkar på en mängd X , $ X = 80$, finns säkert $x \in X$ med $gx = x$ för alla $g \in G$.		
b) $45 \in \mathbb{Z}_{7261}$ är inverterbart.		
c) $15^{387} \equiv 60 \pmod{221}$.		
d) Om $(F, +, \cdot)$, $ F = 32$, är en kropp, finns säkert $f_i \in F$ ($i = 1, 2, 3, 4$) så att varje $f \in F$ är en summa av f_i :n.		
e) Om $(F, +, \cdot)$ är en ändlig kropp med karakteristik p , är $f = 1$ den enda lösningen till ekvationen $f^p = 1$ i F .		
f) $f^2 + 1 = 0$ för något $f \in F = \mathbb{Z}_7[x]/(x^3 + 2x + 1)$.		

Vänd!

Lösningar på följande uppgifter skrivs på separata papper.

2a) (1p) Ange ett (användbart) uttryck för antalet banor då en grupp G verkar på en mängd X (G, X ändliga).

b) (1p) Om $(F, +, \cdot)$ är en kropp med $|F| = 7^3 = 343$, hur många $f \in F$ har multiplikativ ordning 57 (dvs 57 är minsta $m \in \mathbb{Z}_+$ med $f^m = 1$ i F)?

c) (1p) Vad menas med **karakteristiken** för en ändlig kropp?

3) (3p) Finn alla $x \in \mathbb{Z}$ som uppfyller

$$x^2 \equiv 341 \pmod{572}.$$

4) (3p) Låt $m \in \mathbb{Z}_+$ vara givet och

$$f(n) = \sum_{d|n} \mu(d) \operatorname{sgd}\left(\frac{n}{d}, m\right).$$

Vad är

$$g(n) = \sum_{d|n} f(d)?$$

Summorna är över n 's positiva delare och μ är Möbius funktion.

5) Låt $k(x) = x^4 + 2x^3 + 4x^2 + 4 \in \mathbb{Z}_5[x]$ och

$$R = \mathbb{Z}_5[x]/(k(x))$$

vara dess kvotring.

a) (1p) Hur många element har R ?

b) (2p) Låt $\alpha \in R$ vara elementet som motsvarar polynomet x (dvs $[x]$).

Avgör om $\alpha^2 + 2\alpha + 3 \in R$ är inverterbart och bestäm i så fall dess invers.

(Beteckna elementen i $\mathbb{Z}_5$ med 0, 1, 2, 3, 4, dvs använd inte negativa värden eller värden ≥ 5 .)

Lösningar kommer att läggas ut på kurssidan efter skrivningen.