

Efternamn, förnamn	personnummer	program	blad	uppg.
			1	1

Matematik, KTH

B.Ek

**Fiktiv kontrollskrivning 2, må XX, 8.00–10.00,
i SF1688, Diskret matematik**

Examinator: Bengt Ek, tel 790 6951.

Tillåtna hjälpmedel: Inga (utom penna och sudd), inte ens räknedosa.

Minst 9 poäng ger säkert godkänt.

Godkänd ks i medför godkända (3p) uppgifter i och $i + 4$ vid tentor till (men inte med) nästa kursomgångs ordinarie tenta (högst ett år), $i = 1, 2, 3$.

Uppgifterna 3)–5) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.

Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.

För in dina svar på uppgift 1 i rutorna nedan och lämna in detta blad tillsammans med övriga lösningsblad.

1) (För varje delfråga ger rätt svar $\frac{1}{2}$ p, inget svar 0p, fel svar $-\frac{1}{2}$ p.

Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke-negativa heltal.)

Kryssa för om påståendena a)–f) är sanna eller falska (eller avstå)!

	sant	falskt
a) Två permutationer $\alpha, \beta \in S_n$ är konjugerade omm $\sigma\alpha = \beta\sigma$ för något $\sigma \in S_n$ (permutationerna av $\{1, 2, \dots, n\}$).		
b) För varje udda permutation π av $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ är $\pi^2(k) = k$ för något $k \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$.		
c) Om $(G, *)$ är en grupp och $a * (b * c) = (a * b) * c$ för alla $a, b, c \in G$, är G säkert en cyklisk grupp.		
d) För alla grupper G och alla $x, y \in G$ sådana att $x^2 = y^2$ är också $x = y$.		
e) Om A, B är högersidoklasser till samma delgrupp H till gruppen G , finns det säkert en bijektion $f : A \rightarrow B$.		
f) Om $\{a_n^{(1)}\}_{n=0}^\infty$ och $\{a_n^{(2)}\}_{n=0}^\infty$ båda uppfyller att $a_{n+2} = 7a_{n+1} - 2a_n + 1$ för $n \in \mathbb{N}$, gör också $\{a_n^{(3)}\}_{n=0}^\infty$ det då $a_n^{(3)} = a_n^{(1)} + a_n^{(2)}$.		

Vänd!

Lösningar på följande uppgifter skrivs på separata papper.

2a) (1p) Låt $\phi : \mathbb{Z}_3 \rightarrow \mathbb{Z}_3$ ges av $\phi(0) = 0, \phi(1) = 2, \phi(2) = 1$.

Är ϕ en isomorfi av gruppen $(\mathbb{Z}_3, +)$ på sig själv (en s.k. automorfi)?

b) (1p) Ett element g i en grupp $(G, *)$ uppfyller $g^{75} = 1$ (dvs $\underbrace{g * g * \dots * g}_{75 \text{ st}} = 1$), där 1 är G 's identitetsselement.

Ange alla möjliga värden för $o(g)$, g 's ordning.

c) (1p) Finn alla talföljder $\{a_n\}_{n=0}^\infty$ som uppfyller

$$a_{n+3} = 7a_{n+2} - 15a_{n+1} + 9a_n \text{ för } n \in \mathbb{N}.$$

3a) (2p) $\pi, \sigma \in S_7$ (mängden av permutationer av $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$) ges på tvåradsform av

$$\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 1 & 6 & 4 & 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}, \quad \sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 2 & 7 & 5 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ange π, π^{-1} och $\pi\sigma$ på cykelform.

b) (1p) Finn (och ge på cykelform) ett $\tau \in S_7$ sådant att $\tau\pi$ har ordning 12.

4) Låt $(G, *)$, där $G = \{u, v, x, y, z\}$, vara en grupp med 5 element och vidstående (delvis ifyllda) grupptabell.

a) (1p) Vad är $o(u)$, u 's ordning (order(u) i boken)?

b) (1p) Vilket är G 's identitetsselement?

c) (1p) Ställ upp hela G 's grupptabell.

$*$	u	v	x	y	z
u	x	$-$	y	z	$-$
v	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$
x	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$
y	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$
z	$-$	$-$	$-$	$-$	$-$

5) Låt $G = U_{22}$ vara gruppen av de inverterbara (under $\cdot$) elementen i $\mathbb{Z}_{22}$.

a) (1p) Finn G 's ordning, dvs dess storlek $|G|$.

b) (2p) Avgör om G är en cyklisk grupp och ange i så fall en generator för G .

Lösningar kommer att läggas ut på kurssidan efter skrivningen.