

Efternamn, förnamn	personnummer	program	blad	uppg.
			1	1,5

Matematik, KTH

B.Ek

**Fiktiv kontrollskrivning 1, må XX, 8.00–10.00,
i SF1688, Diskret matematik**

Examinator: Bengt Ek, tel 790 6951.

Tillåtna hjälpmedel: Inga (utom penna och sudd), inte ens räknedosa.

Minst 9 poäng ger säkert godkänt.

Godkänd ks i medför godkända (3p) uppgifter i och $i + 4$ vid tentor till (men inte med) nästa kursomgångs ordinarie tenta (högst ett år), $i = 1, 2, 3$.

Uppgifterna 3)–5) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.

Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.

För in dina svar på uppgift 1 i rutorna nedan och lämna in detta blad tillsammans med övriga lösningsblad.

1) (För varje delfråga ger rätt svar $\frac{1}{2}$ p, inget svar 0p, fel svar $-\frac{1}{2}$ p.

Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke-negativa heltal.)

Kryssa för om påståendena **a)–f)** är sanna eller falska (eller avstå)!

	sant	falskt
a) Om graferna G_1 och G_2 är isomorfa, är G_1 planär om och endast om G_2 är det.		
b) För en graf med ett jämnt antal hörn (vertices) är produkten av hörnens valenser (degrees) säkert ett jämnt tal.		
c) Om en graf $G = (V, E)$ är sammanhängande och innehåller precis en cykel måste $ V = E $.		
d) Om G är plan, sammanhängande med valens 4 för alla hörn, måste dualgrafens $G^\perp$ ha precis 2 hörn mer än G .		
e) Det kromatiska talet $\chi(G)$ för en graf G är lika med det största av de kromatiska talen för G :s komponenter.		
f) Om en bipartit graf är hamiltonsk (dvs har en hamiltoncykel) har den minst två olika fullständiga matchningar.		

Vänd!

Lösningar på följande uppgifter skrivs på separata papper.

2a) (1p) Graferna G_1 och G_2 har **grannmatriserna** $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ och $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Är G_1 och G_2 **isomorfa**?

Ange en isomorfi eller förklara varför ingen finns.

b) (1p) Om $G = (V, E)$ är en graf, hur definieras dess **kromatiska tal** (chromatic number), $\chi(G)$?

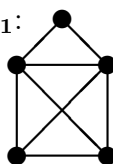
c) (1p) En av graferna G_1 , G_2 och G_3 nedan har kromatiskt polynom

$$P(\lambda) = \lambda(\lambda - 1)(\lambda - 2)^2(\lambda - 3).$$

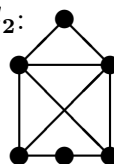
Vilken av dem?

Motivera svaret.

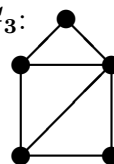
G_1 :



G_2 :



G_3 :



3) Grafen $G = (V, E)$ beskrivs av följande grantabell:

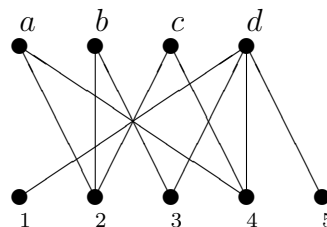
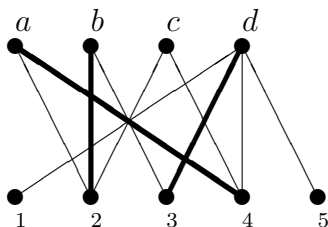
a	b	c	d	e	f
b	a	a	b	a	c
c	d	d	c	f	d
e		f	f		e

a) (1p) Rita (en graf som är isomorf med) G .

b) (2p) Finn grantabellen för ett spännande träd till G .

4) (3p) En sammanhängande planär graf $G = (V, E)$ ritas utan korsande kanter på ytan av en sfär. G har 1 hörn (vertex) med valens (degree) 2, 2 hörn med valens 3, 7 hörn med valens 4 och 2 hörn med valens 5 (och inga andra hörn). Hur många ytor (regions) delar G in sfärens yta i?

5) (3p) I den vänstra figuren är en matchning M för den bipartita grafen G markerad med feta kanter.



Ange (som följer av hörn) alla utökande alternerande stigar för M och markera tydligt i den högra figuren den större matchning M' som kan skapas från M med hjälp av en av dessa stigar (ange vilken stig du valt).

Ge uppgiftens lösning på ett separat blad, men rita ditt M' här ovan.

Lösningar kommer att läggas ut på kurssidan efter skrivningen.