

Svar och anvisningar till de extra exemplen

Övning 11, to 10 november

1. $39, 40 \mid |G|$, så $m = 39 \cdot 40 = 1560$. G kan vara $(\mathbb{Z}_{1560}, +)$.
2. a vore identitetselementet, så $o(b)$ vore 2. Omöjligt, ty $|G|$ är udda.
- 3a. Rotationsaxlar och speglingsplan nedan går genom tetraederns tyngdpunkt.

Typ	Antal	Paritet	Exempel	Stel avbildning av rummet
$[1^4]$	1	jämn	$id = (1)$	identitetsavbildningen
$[1^2 2]$	6	udda	$(1\ 2)$	spegling i ett plan innehållande kanten 34
$[2^2]$	3	jämna	$(1\ 2)(3\ 4)$	rotation π kring en axel genom 12:s och 34:s mittpunkter
$[13]$	8	jämna	$(1\ 2\ 3)$	rotation $\pm \frac{2\pi}{3}$ kring en axel genom 4
$[4]$	6	udda	$(1\ 2\ 3\ 4)$	rotation $\pm \frac{\pi}{2}$ kring en axel genom 13:s och 24:s mittpunkter, följt av en spegling i ett plan vinkelrätt mot axeln

b. Jämna permutationer svarar mot rotationer, udda mot avbildningar som innehåller (ett udda antal) speglingar.

c. N är (ändlig och) sluten under gruppoperationen, alltså en delgrupp.

$$(1\ 2)N = \{(1\ 2), (3\ 4), (1\ 3\ 2\ 4), (1\ 4\ 2\ 3)\} = N(1\ 2)$$

$$(1\ 3)N = \{(1\ 3), (2\ 4), (1\ 2\ 3\ 4), (1\ 4\ 3\ 2)\} = N(1\ 3)$$

$$(1\ 4)N = \{(1\ 4), (2\ 3), (1\ 2\ 4\ 3), (1\ 3\ 4\ 2)\} = N(1\ 4)$$

$$(1\ 2\ 3)N = \{(1\ 2\ 3), (1\ 3\ 4), (1\ 4\ 2), (2\ 4\ 3)\} = N(1\ 2\ 3)$$

$$(1\ 3\ 2)N = \{(1\ 3\ 2), (1\ 4\ 3), (1\ 2\ 4), (2\ 3\ 4)\} = N(1\ 3\ 2)$$

Alla vänstersidoklasser är alltså högersidoklasser (också N själv, förstås), så N är en normal delgrupp.

(Att N är normal följer också av att $gNg^{-1} = \{gng^{-1} \mid n \in N\}$ och N består av hela konjugatklasser ($[1^4]$ och $[2^2]$) av element i G .)

Eftersom operationen i kvotgruppen G/N ges av $(g_1N)(g_2N) = (g_1g_2)N$ och varje sidoklass innehåller precis en permutation π med $\pi(4) = 4$, är G/N isomorf med gruppen av dem, så med S_3 , $G/N \approx S_3$.