

Svar och anvisningar till de extra exemplen

Övning 9, on 12 oktober

1a. $\varphi = (16452)(387)$, $\psi = (1734)(285)(6)$

b. $\varphi\psi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 7 & 5 & 6 & 1 & 4 & 8 & 2 \end{pmatrix} = (135)(278)(46)$,

$\psi\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 6 & 7 & 5 & 2 & 8 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix} = (16)(274)(358)$

$\varphi^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 5 & 7 & 6 & 4 & 1 & 8 & 3 \end{pmatrix} = (12546)(378)$

$\psi^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 4 & 5 & 7 & 3 & 8 & 6 & 1 & 2 \end{pmatrix} = (1437)(258)(6)$

2. $\chi = \pi^{-1}\sigma = (127)(3896)(45)(153968)(24) = (147)(258)(369)$,
 $\psi = \sigma\pi^{-1} = (153968)(24)(127)(3896)(45) = (143)(275)(698)$.

Bara χ och ψ har samma cykelstruktur (lika många cykler av varje längd), så bara de är konjugerade (eftersom $\psi = \sigma\pi^{-1} = \pi\chi\pi^{-1}$).

σ innehåller 2 udda cykler (cykler av jämn längd), så den är en jämn permutation. π är jämn, så det är π^{-1} också, liksom $\chi = \pi^{-1}\sigma$ och $\psi = \sigma\pi^{-1}$.

3. Låt $\pi \in S_6$ ges av att $\pi(x) = y$ omm brodern till kvinnan i hus x bor i hus y . Systemen till mannen i hus x bor då i hus $\pi^{-1}(x)$.

Inga syskon bor i samma hus (dvs är gifta med varandra) eller i grannhus, så för alla $x = 1, 2, \dots, 6$ gäller $\pi(x) \neq x, x \pm 1$. Speciellt saknar π 1-cykler, så dess cykelstruktur är någon av $[6]$, $[24]$, $[3^2]$ och $[2^3]$. Men $\pi(1) = \pi^{-1}(1)$ och $\pi(2) \neq \pi^{-1}(2)$, så 1, men inte 2, ingår i en 2-cykel. **π :s typ är alltså $[24]$.**

a. 2:s cykel består av fyra av husen 2–6 (inte 1, ty 1 ingår inte i den cykeln). Eftersom x och $\pi(x)$ inte kan vara grannhus, kan tre hus i rad inte ingå i en 4-cykel (det mellersta skall ha olika hus före och efter sig i cykeln, endera vore ett grannhus), så den måste bestå av husen 2, 3, 5 och 6. 2-cykeln är alltså (1 4) och **Anna bor i hus 4.**

b. Vi skall finna $\pi(x)$ för alla $x = 1, 2, \dots, 6$ och vet redan $\pi(4) = 1$, $\pi(1) = 4$. 2, 3, 5, 6 bildar en 4-cykel och $\pi(6) \neq 2, 5$ (Börje är inte Cecilias bror, Cecilia inte granne med sin bror), så $\pi(6) = 3$ och därmed $\pi(3) = 5$ (inte grannhuset 2) och $\pi(5) = 2$, $\pi(2) = 6$, så $\pi = (14)(2635)$ och svaret:

Frun i hus	1	2	3	4	5	6
har sin bror i hus	4	6	5	1	2	3