Matematik, KTH
B.Ek

Svar och anvisningar till de extra exemplen

Övning 10, ti 5 november

1. $ac = c = 1c$, så a är identitetselementet. Det ger första raden och första kolumnen. Sedan används att tabellen är en latinsk kvadrat (dvs varje element finns precis en gång i varje rad och kolumn). Tabellen blir:

$*$	a	b	c	d	f	g
a	a	b	c	d	f	g
b	b	a	g	f	d	c
c	c	f	a	g	b	d
d	d	g	f	a	c	b
f	f	c	d	b	g	a
g	g	d	b	c	a	f

a. Nej b. a
c. $a^{-1}=a,\ b^{-1}=b,\ c^{-1}=c,\ d^{-1}=d,$
$f^{-1}=g,\ g^{-1}=f$
d. a:s ording är $o(a)=1$, a genererar den cykliska delgruppen $\langle a\rangle=\{a\}$,
$o(b)=2, \langle b\rangle=\{a,b\},\ o(c)=2, \langle c\rangle=\{a,c\},\ o(d)=2, \langle d\rangle=\{a,d\},$
$o(f)=o(g)=3, \langle f\rangle=\langle g\rangle=\{a,f,g\}$ e. c

2a. $ax^2 = b$ ger $ax^3 = bx$, så (med $x^3 = 1$) $a = bx$ och $x = b^{-1}a$
b. $bx = (xax)^3 = xax^2ax^2ax = xa(xa)^{-1}(xa)^{-1}x = (xa)^{-1}x$
(ty $x^2a = (xa)^{-1}$), så $b = (xa)^{-1}$ och $xa = b^{-1}$ och $x = b^{-1}a^{-1}(= (ab)^{-1})$.
c. $bac = a^{-1}$ ger $baca = 1$, så $aca = b^{-1},\ acab = 1,\ cab = a^{-1}$.
d. $(abc)^{-1} = abc$ ger $abcabc = 1$, så $bcabc = a^{-1},\ bcabca = 1,\ (bca)^{-1} = bca$.
e. $a^3 = 1$ ger $a = 1a = a^3a = (a^2)^2$.
f. $b^2ab = a^{-1}$ ger $ba = b^{-1}a^{-1}b^{-1}$, så $(ba)^3 = b^{-1}a^{-1}b^{-1}baba = 1a = a$.
(Alt. $b^2ab = a^{-1}$ ger $b^2aba = 1$, så $babab = b^{-1}b^2abab = 1$ och $(ba)^3 = a$.)