

Svar och anvisningar till de extra exemplen

Övning 10, fr 26 oktober

1. $ac = c = 1c$, så a är identitets-elementet. Det ger första raden och första kolumnen. Sedan används att tabellen är en latinsk kvadrat (dvs varje element finns precis en gång i varje rad och kolumn). Tabellen blir:
- | $*$ | a | b | c | d | f | g |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| a | a | b | c | d | f | g |
| b | b | a | g | f | d | c |
| c | c | f | a | g | b | d |
| d | d | g | f | a | c | b |
| f | f | c | d | b | g | a |
| g | g | d | b | c | a | f |
- a. Nej b. a
c. $a^{-1}=a$, $b^{-1}=b$, $c^{-1}=c$, $d^{-1}=d$,
 $f^{-1}=g$, $g^{-1}=f$
d. a 's ordning är $o(a)=1$, a genererar den cykliska delgruppen $\langle a \rangle = \{a\}$,
 $o(b)=2$, $\langle b \rangle = \{a, b\}$, $o(c)=2$, $\langle c \rangle = \{a, c\}$, $o(d)=2$, $\langle d \rangle = \{a, d\}$,
 $o(f)=o(g)=3$, $\langle f \rangle = \langle g \rangle = \{a, f, g\}$ e. c
- 2a. $ax^2 = b$ ger $ax^3 = bx$, så (med $x^3 = 1$) $a = bx$ och $x = b^{-1}a$
b. $bx = (xax)^3 = xax^2ax^2ax = xa(xa)^{-1}(xa)^{-1}x = (xa)^{-1}x$
(ty $x^2a = (xa)^{-1}$), så $b = (xa)^{-1}$ och $xa = b^{-1}$ och $x = b^{-1}a^{-1} (= (ab)^{-1})$.
c. $bac = a^{-1}$ ger $bac = 1$, så $aca = b^{-1}$, $acab = 1$, $cab = a^{-1}$.
d. $(abc)^{-1} = abc$ ger $abcabc = 1$, så $bcabc = a^{-1}$, $bcabca = 1$, $(bca)^{-1} = bca$.
e. $a^3 = 1$ ger $a = 1a = a^3a = (a^2)^2$.
f. $b^2ab = a^{-1}$ ger $ba = b^{-1}a^{-1}b^{-1}$, så $(ba)^3 = b^{-1}a^{-1}b^{-1}baba = 1a = a$.
(Alt. $b^2ab = a^{-1}$ ger $b^2aba = 1$, så $babab = b^{-1}b^2abab = 1$ och $(ba)^3 = a$.)