

Svar och anvisningar till de extra exemplen

Övning 9, on 10 oktober

1. Låt $\pi \in S_6$ ges av att $\pi(x) = y$ omm brodern till kvinnan i hus x bor i hus y . Systemen till mannen i hus x bor då i hus $\pi^{-1}(x)$.

Inga syskon bor i samma hus (dvs är gifta med varandra) eller i grannhus, så för alla $x = 1, 2, \dots, 6$ gäller $\pi(x) \neq x, x \pm 1$. Speciellt saknar π 1-cykler, så dess cykelstruktur är någon av $[6]$, $[42]$, $[3^2]$ och $[2^3]$. Men $\pi(1) = \pi^{-1}(1)$ och $\pi(2) \neq \pi^{-1}(2)$, så 1, men inte 2, ingår i en 2-cykel. **π :s typ är alltså $[42]$.**

a. 2:s cykel består av fyra av husen 2–6 (inte 1, ty 1 ingår inte i den cykeln). Eftersom x och $\pi(x)$ inte kan vara grannhus, kan tre hus i rad inte ingå i en 4-cykel (det mellersta skall ha olika hus före och efter sig i cykeln, endera vore ett grannhus), så den måste bestå av husen 2, 3, 5 och 6. 2-cykeln är alltså (1 4) och **Anna bor i hus 4.**

b. Vi skall finna $\pi(x)$ för alla $x = 1, 2, \dots, 6$ och vet redan $\pi(4) = 1$, $\pi(1) = 4$. 2, 3, 5, 6 bildar en 4-cykel och $\pi(6) \neq 2, 5$ (Börje är inte Cecilias bror, Cecilia inte granne med sin bror), så $\pi(6) = 3$ och därmed $\pi(3) = 5$ (inte grannhuset 2) och $\pi(5) = 2$, $\pi(2) = 6$, så $\pi = (1\ 4)(2\ 6\ 3\ 5)$ och svaret:

Frun i hus	1	2	3	4	5	6
har sin bror i hus	4	6	5	1	2	3