

KTH Matematik

Kompletteringsskrivning fredagen den 30 november 2007
till tentamen måndagen den 12 november 2007 för BD, M, P, m.fl.
SF1633, Differentialekvationer I (samt 5B1206, 5B1200)

Skrivtid: 15.15–17.00

Examinatorer: Bengt Ek, tel 790 6951, och Olle Stormark, tel. 790 7206.

Tillåtet hjälpmedel: "Mathematics Handbook for Science and Engineering" (BETA) av Råde, Westergren.

OBS! Denna skrivning är bara för dem som fått "Fx" (eller "K") på tentan. Varje uppgift kan ge högst 2p.

För varje modul räknas det bästa av resultaten på motsvarande uppgift och poängen man har från tentan (inklusive ks/inlupp), enligt listor i skrivsalen. För godkänd komplettering, betyg "E" eller "3", krävs totalt minst 8p på modulerna och minst 1p på varje.

Alltför knapphändigt motiverade lösningar ger inte full poäng.

1. Skissa (det endimensionella) fasporträttet för den autonoma differentialekvationen $\frac{dy}{dx} = \cos y$ och bestäm alla värden på y_0 så att $\lim_{x \rightarrow \infty} y(x) = \frac{\pi}{2}$, då $y(x)$ är en lösning till begynnelsevärdesproblemet

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = \cos y \\ y(0) = y_0 \end{cases}.$$

(Du behöver inte lösa ekvationen.)

2. Finn den allmänna lösningen till differentialekvationen

$$x^2 y'' - (4x^2 + 3x) y' + (4x^2 + 6x + 4) y = 0, \quad x > 0,$$

då vi vet att $y_1(x) = x^2 e^{2x}$ är en lösning.

3. Vad är $y(5)$ om $y(t)$ är lösningen till problemet ($\delta(t)$ är Diracs deltafunktion)

$$\begin{cases} y'' - 2y' + 5y = -e^\pi \delta(t - \pi) \\ y(0) = 0, \quad y'(0) = 1 \end{cases} \quad ?$$

4. Bestäm typ och stabilitet för den kritiska punkten $(2, 1)$ till det autonoma systemet

$$\begin{cases} x' = x^2 y - 2x y^2 \\ y' = x^2 y^2 - 4y^3 \end{cases}.$$

5. Låt den 2π -periodiska funktionen $f(x)$, som ges av att

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4} & \text{då } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ \frac{1}{2} & \text{då } \frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2} \\ \frac{3}{4} & \text{då } \frac{3\pi}{2} \leq x < 2\pi \end{cases}.$$

ha fourierserien $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$.

Bestäm alla koefficienterna a_n och avgör också vilket värde serien konvergerar mot, då $x = \frac{25\pi}{2}$. (Du behöver inte bestämma koefficienterna b_n .)

Lycka till!

Lösningar kommer att läggas ut på kurssidan (först på BD och P:s).