

Kompletteringsskrivning måndagen den 4 december 2006

till tentamen tisdagen den 14 november 2006 för BD, M, P, m.fl.

5B1206, Differentialekvationer I

Skrivtid: 13.00–15.00

Examinator: Bengt Ek, tel 790 6951.

Tillåtet hjälpmedel: "Mathematics Handbook for Science and Engineering" (BETA) av Råde, Westergren.

OBS! Denna skrivning är bara för dem som fått "U Fx" på tentan. Godkänd skrivning ger betyg 3 E.

Man skall bara lösa uppgifter som svarar mot moduler man inte redan klarat (med kontrollskrivning/inlämningsuppgift eller motsvarande uppgift på tentan). Minst en av dessa två godkänd ger godkänd skrivning.

Om du är osäker om vilka uppgifter du skall göra, finns det listor i skrivsalen.

Alltför knapphändigt motiverade lösningar blir inte godkända.

1. Lös följande begynnelsevärdesproblem och ange det största intervall där lösningen är definierad och löser ekvationen

$$\begin{cases} y' - \frac{2}{4-x} y = \frac{2x}{(4-x)^2} \\ y(0) = 2 \end{cases}.$$

2. Differentialekvationen $y'' - \frac{2x+1}{x} y' + \frac{x+1}{x} y = 0$, $x > 0$, har lösningarna $y_1(x) = e^x$ och $y_2(x) = x^2 e^x$ (det behöver du inte visa).

Använd detta för att finna den allmänna lösningen till ekvationen

$$y'' - \frac{2x+1}{x} y' + \frac{x+1}{x} y = \frac{2xe^x}{x^2+1}, \quad x > 0.$$

3. Finn laplacetransformen för funktionen

$$f(t) = \begin{cases} 0 & , t < 0 \\ t & , 0 \leq t < 2 \\ 3 & , 2 \leq t < 4 \\ 6 - t & , 4 \leq t < 6 \\ 0 & , 6 \leq t \end{cases}.$$

4. Finn alla kritiska punkter för följande autonoma system. Bestäm också för var och en av dem (om möjligt) dess typ och avgör om den är stabil eller instabil.

$$\begin{cases} x' = x(y - 2) \\ y' = y(x - 3) \end{cases}.$$

5. Finn (fourier-)sinusserien för funktionen $f(x) = 1 - x$, $0 < x < \pi$.
Vad konvergerar serien mot då $x = -\frac{\pi}{2}$?

Lycka till!

Lösningar kommer att läggas ut på kurssidan.