(Differentialekvationer I, ht07: F1, ti 4 september)

En **differentialekvation (DE)**:

en ekvation som innehåller derivator av en eller flera beroende variabler m.a.p. en eller flera oberoende variabler.

Normalform:

$$y^{(n)} = f(x, y, y', \dots, y^{(n-1)})$$

Typer:

ordinära (ODE), bara derivator m.a.p. **en** oberoende variabel
partiella (PDE), derivator m.a.p. **två eller flera** oberoende variabler

Ordning: högsta ordningen för ingående derivator

Linjär: linjär i alla **beroende** variabler och deras derivator
(ex. ODE, en beroende variabel:

$$a_n(x)y^{(n)} + a_{n-1}(x)y^{(n-1)} + \dots + a_0(x)y = g(x))$$

En **lösning** till en n:e ordningens ODE:

en **funktion $\boldsymbol{\phi(x)}$**, med n kontinuerliga derivator,
definierad på ett **intervall $\boldsymbol{I}$**, som uppfyller ekvationen

$\phi(x)$ kan ges **explicit** eller **implicit**

"Typiskt" utgör alla lösningar ("allmänna lösningen") en **$\boldsymbol{n}$-parametrig skara** (+ev. enstaka, **singulära** lösningar)

Begynnelsevärdesproblem (IVP):

$$\begin{cases} \text{ODE } (n\text{:e ordningen}) \\ y(x_0) = y_0, y'(x_0) = y'_0, \dots, y^{(n-1)}(x_0) = y_0^{(n-1)} \end{cases}$$

där $x_0, y_0, y'_0, \dots, y_0^{(n-1)}$ är konstanter

Sats:
IVP:t

$$\begin{cases} y' = f(x, y) \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$$

har en **unik** lösning i något intervall $]x_0 - h, x_0 + h[,\ h > 0$,
om f och $\frac{\partial f}{\partial y}$ är **kontinuerliga** i något $R = [a, b] \times [c, d]$
med $a < x_0 < b,\ c < y_0 < d$

Studera "tillämpningarna" i avsnitt 1.3 i boken!