

Personlig kod:
Glöm den inte!

Om du vill:
Lägg till tre
bokstäver.

KTH Matematik
Olle Stormark, Bengt Ek

Σp	Resultat (0/1/2)

Efternamn	förnamn	pnr	program

**Kontrollskrivning 1, torsdag 20 september 2007 klockan 8.00–10.00,
i SF1633 Differentialekvationer I för BD2, M2, P2 (m.fl.)**

Inga hjälpmedel tillåtna.

5–9p på skrivningen ger 2 poäng till tentan, 3–4p ger 1 poäng.

Väl motiverade lösningar krävs för full poäng.

Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.

Spara alltid återlämnade skrivningar till slutet av kursen!

Skriv dina lösningar och svar på samma blad som uppgifterna, använd baksidan om det behövs.

Lycka till!

Lösningar kommer att läggas ut på kurssidan efter skrivningen.

Namn	poäng uppg.1

1) Betrakta differentialekvationen

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y),$$

där $f(x, y)$ och $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y)$ antas vara kontinuerliga i hela xy -planet. Enligt den allmänna existens- och entydighetssatsen går det en unik lokal lösningskurva genom varje punkt (x_0, y_0) i xy -planet.

a) (2p) Förklara varför två olika lösningskurvor inte kan skära varandra.

b) (1p) Lös problemet

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = (y - 1) \cos(xy), \\ y(0) = 1, \end{cases}$$

utan att räkna.

Lösning:

Namn	poäng uppg.2

2) (3p) Ett enkelt exempel på ett problem av samma typ som i uppgift 1) är

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = y^2, \\ y(x_0) = y_0, \end{cases}$$

eftersom $f = y^2$ och $\frac{\partial f}{\partial y} = 2y$ är snälla överallt. Bestäm det maximala lösningsintervallet till lösningen genom punkten $(x_0, y_0) = (3, -1)$.

Lösning:

Namn	poäng uppg.3

3) (3p) Lös problemet

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = y \sin x + 2x e^{-\cos x}, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

Lösning:

KTH Matematik
Olle Stormark, Bengt Ek

Σp	Resultat (0/1/2)

Efternamn	förnamn	pnr	program

**Kontrollskrivning 2, torsdag 20 september 2007 klockan 8.00–10.00,
i SF1633 Differentialekvationer I för BD2, M2, P2 (m.fl.)**

Inga hjälpmedel tillåtna.

5–9p på skrivningen ger 2 poäng till tentan, 3–4p ger 1 poäng.

Till uppgifterna 2 och 3 krävs väl motiverade lösningar för full poäng.

Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.

Spara alltid återlämnade skrivningar till slutet av kursen!

Skriv dina lösningar och svar på samma blad som uppgifterna, använd baksidan om det behövs.

1) (För varje delfråga ger rätt svar $\frac{1}{2}$ p, inget svar 0p, fel svar $-\frac{1}{2}$ p.

Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke-negativa heltal.)

Kryssa för om påståendena **a)–f)** är sanna eller falska (eller avstå!)

	sant	falskt
a) Differentialekvationen $(\sin x + 2)y'' + \frac{1}{x^2}y' - y = x$ har precis en lösning som uppfyller $y'(1) = 1, y(1) = \frac{1}{2}$ och är definierad för alla $x > 0$.		
b) Ekvationen i a) är linjär och inhomogen .		
c) Ekvationen $x^2y^{(4)} - \frac{\ln x}{2+\sin x}y' - 3xy = g(x)$ har precis en lösning för $x > 0$ om $g(x) \neq 0$ och kontinuerlig.		
d) Om man känner en lösning till en linjär, homogen differentialekvation, kan man använda "reduktion av ordningen" för att finna fler lösningar.		
e) Om wronskideterminanten $W(f_1, \dots, f_n)(x_0) \neq 0$, är funktionerna $f_1, \dots, f_n$ linjärt oberoende i varje intervall som innehåller x_0 .		
f) Om $y_1(x)$ och $y_2(x)$ båda är lösningar till ekvationen $(x^2 + 1)y'' - y \cos x = \sin x$, är $c_1y_1(x) + c_2y_2(x)$ också det, för godtyckliga konstanter c_1, c_2 .		

poäng uppg.1

Namn	poäng uppg.2

2) (3p) Verifiera att differentialekvationen

$$(2x^3 + x^2)y'' - (6x^2 + 2x)y' + (6x + 2)y = 0, \quad x > 0$$

har en lösning $y_1(x) = x$ och använd den för att finna den allmänna lösningen till ekvationen.

Lösning:

Namn	poäng uppg.3

3) (3p) Visa att differentialekvationen

$$y'' - 2y' + y = 0$$

har lösningarna $y_1(x) = e^x$ och $y_2(x) = xe^x$.

Använd detta för att finna den allmänna lösningen till ekvationen

$$y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x}, \quad x > 0.$$

Lösning:

Lösningar kommer att läggas ut på kurssidan efter skrivningen.