

KTH Matematik
B.Ek

Σ p	G/U	bonus

Efternamn	förnamn	pnr	program

**Kontrollskrivning 4, tisdag 31 oktober 2006 klockan 8.00–10.00,
i 5B1206 Differentialekvationer I för BD2, M2, P2 (m.fl.)**

Inga hjälpmedel tillåtna.

Minst 5 poäng ger godkänt. 8–9 poäng ger ett bonuspoäng till tentamen.

Uppgifterna 2) och 3) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.

Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.

Spara alltid återlämnade skrivningar till slutet av kursen!

Skriv dina lösningar och svar på samma blad som uppgifterna, använd baksidan om det behövs.

1) (För varje delfråga ger rätt svar $\frac{1}{2}$ p, inget svar 0p, fel svar $-\frac{1}{2}$ p.

Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke-negativa heltal.)

Kryssa för om påståendena **a)–f)** är sanna eller falska (eller avstå!)

	sant	falskt
a) Det linjära systemet $\mathbf{x}' = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}$ har säkert en fundamental mängd lösningar på hela intervallet I , då $\mathbf{A}(t)$ är $n \times n$ och kontinuerlig för $t \in I$ och $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$.		
b) Om den konstanta, reella 2×2 -matrisen $\mathbf{A}$ har två olika, reella egenvärden, båda $\neq 0$, har systemet $\mathbf{x}' = \mathbf{A}\mathbf{x}$ säkert en sadelpunkt i origo.		
c) Om $\Phi(t)$ är en fundamentalmatris för systemet $\mathbf{x}' = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}$ på intervallet I , kan determinanten $\det \Phi(t) = 0$ för alla $t \in I$.		
d) För att systemet $\mathbf{x}' = \mathbf{A}(t)\mathbf{x} + \mathbf{f}(t)$ skall vara autonomt, krävs både att $\mathbf{A}(t) = \mathbf{A}$, oberoende av t , och att $\mathbf{f}(t) = 0$ för alla t .		
e) Om jacobimatrisen $\mathbf{A} = \mathbf{g}'(\mathbf{x}_0)$ har två icke-reella egenvärden, måste den kritiska punkten $\mathbf{x}_0$ till det plana autonoma systemet $\mathbf{x}' = \mathbf{g}(\mathbf{x})$ vara instabil.		
f) En n :e ordningens ODE av formen $y^{(n)} = f(y^{(n-1)}, \dots, y', y)$ kan alltid formuleras som ett första ordningens autonomt system.		

poäng uppg.1

Namn	poäng uppg.2

2) (3p) Finn den allmänna lösningen till systemet

$$\mathbf{x}' = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -5 & 4 \end{pmatrix} \mathbf{x}.$$

Lösning:

Namn	poäng uppg.3

3) (3p) Finn alla kritiska punkter till det plana autonoma systemet

$$\begin{cases} x' = (3+x)(y-x) \\ y' = (3-x)(y+x+2) \end{cases}$$

och bestäm typ och stabilitet för en av dem (välj själv).

Lösning:

KTH Matematik
B.Ek

Σp	G/U	bonus

Efternamn	förnamn	pnr	program

**Kontrollskrivning 5, tisdag 31 oktober 2006 klockan 8.00–10.00,
i 5B1206 Differentialekvationer I för BD2, M2, P2 (m.fl.)**

Inga hjälpmedel tillåtna.

Minst 5 poäng ger godkänt. 8–9 poäng ger ett bonuspoäng till tentamen.

Uppgifterna 2) och 3) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.

Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.

Spara alltid återlämnade skrivningar till slutet av kursen!

Skriv dina lösningar och svar på samma blad som uppgifterna, använd baksidan om det behövs.

1) (För varje delfråga ger rätt svar $\frac{1}{2}p$, inget svar $0p$, fel svar $-\frac{1}{2}p$.)

Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke-negativa heltal.)

Kryssa för om påståendena a)–f) är sanna eller falska (eller avstå)!

	sant	falskt
a) Funktionerna $f(x) = x + x^2$ och $g(x) = \sin x^3$ är ortogonala på intervallet $[-\pi, \pi]$.		
b) Sinusserien för funktionen $f(x) = \cos(x + \frac{\pi}{2}) - x - \frac{1}{\sqrt{2}} $, $0 \leq x \leq \pi$, konvergerar för $x = -\frac{3\pi}{4}$ mot $\frac{3\pi}{4} - \sqrt{2}$.		
c) Gibbs fenomen innebär att om f och f' är styckvis kontinuerliga, divergerar f 's fourierserie i punkter där f är diskontinuerlig.		
d) Värmeledningsekvationen är en hyperbolisk partiell differentialekvation.		
e) "Variabelseparationsmetoden" att lösa partiella differentialekvationer innebär att man först söker en lösning som är en produkt av funktioner, vilka var och en bara beror av en av de oberoende variablerna.		
f) Laplaces ekvation kan beskriva hur temperaturen i en avsvanande platta beror av tiden.		

poäng uppg.1

Namn	poäng uppg.2

2a) (2p) Finn fourierserien för funktionen

$$f(x) = |x|, \quad -\pi \leq x \leq \pi.$$

b) (1p) Vad konvergerar serien mot då $x = 4$?

Lösning:

Namn	poäng uppg.3

3) (3p) En stav av längd L har vid tiden $t = 0$ temperaturen

$$u(x, 0) = \sin \frac{\pi x}{L} (1 - \cos \frac{\pi x}{L}).$$

Stavens ändpunkter vid $x = 0$ och $x = L$ hålls vid temperatur 0.

Bestäm $u(x, t)$ för $t > 0$, då temperaturen i staven antas uppfylla den en-dimensionella värmeledningsekvationen.

Lösning:

Lösningar kommer att läggas ut på kurssidan efter skrivningen.