Ex 19.8 Betrakta

$$\min \; x \quad \text{då} \quad h(x) = 0 \qquad \text{och} \quad h(x) = \begin{cases} x^2 & \text{då } x < 0 \\ 0 & \text{då } 0 \le x \le 1 \\ (x-1)^2 & \text{då } x > 1 \end{cases}$$

Kontrollera

(1) Tillåtna området

(2) Att $\hat{x} = 0$ är ett lokalt minima

(1) $h(x) = 0$ gäller då $0 \le x \le 1$.

Om $x > 1$, gäller ej!

Om $x < 0$, gäller ej!

(2) Vi har

$$\begin{array}{l} \min \; x \\ \text{då } h(x) = 0 \end{array} \iff \underbrace{\begin{array}{l} \min \; x \\ \text{då } 0 \le x \le 1 \end{array}}_{\text{Löses då } x = 0 \, !}$$

$$f(\hat{x}) = f(0) = 0 \le f(x) = x \quad \forall x \in [0, 1]$$

(Globalt och lokalt optimum!)

Om vi skulle vilja använda Lagrangeekvationerna:

$f(x) = x \Rightarrow \nabla f(x) = f'(x) = 1$, $f'(\hat{x}) = 1$

$$h'(x) = \begin{cases} 2x & x < 0 \\ 0 & x \in [0,1] \\ 2(x-1) & x > 1 \end{cases}$$

$h'(\hat{x}) = h'(0) = 0$

$\nabla f(\hat{x}) + \hat{u}^T \nabla h(\hat{x}) = 1 + \hat{u} \cdot 0 = 0$ motsägelse!

Det finns inget $\hat{u}$ s.a. ekv. är uppfylld!

Men vi vet att $\hat{x}$ är lokalt minima!

Vad gäller regularitet?

Finns α s.a. $\alpha \nabla h(\hat{x}) = 0$, $\alpha \neq 0$?

Ta. tex $\alpha = 1$. $1 \cdot 0 = 0 \Rightarrow$ ej regulär!

Visar att Lagrangeekv. ej fungerar i detta exempel!

Regularitet viktig detalj.